ADIYAMAN UNIVERSITY Journal of Educational Science

dergipark.org.tr/tr/pub/adyuebd Volume 15, Issue 2, December 2025, Page 868-911 ISSN: 2149-2727

Explanatory Mathematical Writing Skills of Fourth-Grade Elementary Students * **

Fatih Nuri Sekin[1] Mustafa Aydoğmuş[2] Derya Can[3]

Article Info

Keywords
Explanatory writing
Fourth grade elementary school
Mathematical scenarios
Mathematical writing

Received: 15.03.2025
Accepted: 25.08.2025
Published: 31.12.2025

Research Article

DOI: 10.17984/adyuebd.1658644

Abstract

The use of writing activities in mathematics education is effective in many areas, such as the development of process skills, the promotion of meaningful learning, and the generation of new ideas. However, writing is often not associated with mathematics lessons. Research shows that practices aimed at developing students' mathematical writing skills remain limited. In this context, this study aims to shed light on instructional interventions by revealing the current state of elementary school students' mathematical writing processes. In this study, which adopted a descriptive survey model, a data collection tool consisting of six questions was developed to evaluate students' explanatory mathematical writing skills. The questions prepared to assess mathematical writing performance were created in line with criteria such as conceptual understanding, reasoning, use of mathematical language, appropriateness to the student level, clarity, the quality of the problem situation, and assessment–evaluation principles, and they were evaluated in terms of compliance with these criteria. A rubric developed by the researchers was used to evaluate the students' writing tasks. A separate scoring rubric was prepared for each question, and the responses were scored as 0, 1, or 2 points according to explanation and accuracy. The study group of the research consisted of 95 fourth-grade elementary school students studying at two different schools in the central district of Burdur Province during the 2021–2022 academic year. The analysis results clearly reveal not only the correct knowledge and conceptual understandings of the students but also their knowledge gaps and misconceptions. It is considered that this study will provide a basis for the development of instructional practices aimed at enabling elementary students' written mathematical thinking.

*This study was supported within the scope of the TÜBİTAK 2209-A program. We would like to thank TÜBİTAK for their support.

**This study was presented as an oral presentation at the 6th International Başöğretmen Education and Innovative Sciences Congress and was published as an abstract in the congress proceedings booklet.

Author[1] : Fatih Nuri Sekin, Master's Students, Burdur Mehmet Akif Ersoy University, Turkiye, sekinfatihh@gmail.com
Author[2] : Mustafa Aydoğmuş, Master's Students, Burdur Mehmet Akif Ersoy University, Turkiye, mustafaaudogmus@gmail.com
Corresponding author[3] : Derya Can, Assoc. Prof, Burdur Mehmet Akif Ersoy University, Turkiye, deryacakmak@mehmetakif.edu.tr

Sekin, F. N., Aydoğmuş, M. & Can, D. (2025). Explanatory mathematical writing skills of fourth-grade elementary students. *Adiyaman University Journal of Educational Sciences, 15*(2), 868-911.

Introduction

The role of communication in the deep learning of mathematical concepts has been emphasized since the 1990s by the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) in the United States. In this context, writing is considered an indispensable part of mathematics instruction. This approach has been further reinforced by the Common Core State Standards Initiative (CCSSI). In particular, one of the eight mathematical practices included in the standards expects students to develop two essential skills: constructing mathematical arguments and evaluating the mathematical thinking processes of others. These skills focus on enhancing students' reasoning abilities, expressing their mathematical ideas, and using mathematical language effectively, thereby deepening their mathematical understanding. However, written communication in mathematics education often remains in the background (NCTM, 2000); therefore, students may experience difficulties in expressing their ideas both orally and in writing using mathematical language (Cobb et al., 1993; Widjajanti, 2013).

The written use of mathematical language is referred to as "mathematical writing," and in the literature, it is stated that there are two different types—writing about mathematics and writing in mathematics (Bossé & Faulconer, 2008)—and that the distinction between the two has not been sufficiently emphasized (Bossé & Faulconer, 2008; Cohen et al., 2015). For example, a student writing in a journal about their feelings toward mathematics (Jurdak & Zein, 1998; Kostos & Shin, 2010; Yang, 2005) or describing the life story of a famous mathematician (Parshall, 1999; Tayeh & Pokay, 2012) is considered writing about mathematics. However, when students write, for instance, to explain the relationship between addition and subtraction, this directly addresses the essence of mathematics and engages with mathematics itself (Casa et al., 2016; Cohen et al., 2015).

Mathematical writing is an effective tool that provides multifaceted contributions to the teaching and learning process. The literature emphasizes that mathematical writing helps teachers identify students' conceptual understandings and types of errors, while also supporting students in organizing their thoughts, making connections between mathematical concepts, and developing deeper understanding (Bicer et al., 2013; Colonnese et al., 2018; Cross, 2009; Thompson, 2010). The writing process supports students' higher-order thinking, problem-solving, and metacognitive skills, thereby enabling them to structure their mathematical reasoning (Pugalee, 1997, 2005). A meta-analysis conducted by Graham et al. (2020) demonstrated that writing about content significantly supports learning. In addition, it has been found that students who express their mathematical thinking through written explanations achieve conceptual understanding more effectively (Colonnese, 2020; Hughes et al., 2019). Mathematical writing also develops students' ability to use mathematical language accurately and appropriately, enabling them to employ both formal and informal mathematical expressions effectively (Rubenstein, 2007). For teachers, this process provides important opportunities to observe students' ways of thinking and to individualize instruction (Brozo & Crain, 2018). It is also stated that writing has a supportive effect particularly for students with low academic achievement (Baxter et al., 2005). Studies conducted at various educational levels have revealed the positive effects of writing on problem solving, the development of mathematical language, and communication skills (Ikshan et al., 2020; Hauk & Isom, 2009; Steele, 2005). In recent years, research conducted with students with special educational needs has also shown that writing supports learning (Kiuhara et al., 2020). In addition, various studies have emphasized that young students are also able to express their mathematical thinking through writing (Kosko & Zimmerman, 2017). Overall, the literature consistently demonstrates that mathematical writing activities have positive effects on problem solving, metacognition, language development, and academic achievement (Bangert-Drowns et al., 2004; Cohen et al., 2015; Graham et al., 2020).

Although the importance of writing in mathematics education is recognized, the number of studies conducted in this field is limited, and studies focusing specifically on the elementary level are particularly scarce (e.g., Bossé & Faulconer, 2008; Cohen et al., 2015; Colonnese et al., 2024; Ergan, 2023; Kosko & Zimmerman, 2017; Sipka, 1990). Most of the existing studies focus on higher levels of education rather than elementary school (e.g., Hauk & Isom, 2009; Johanning, 2000; Pugalee, 2004; Santos & Semana, 2015). Although important definitions regarding forms of writing at the elementary level have been made (Adu-Gyamfi et al., 2010; Casa et al., 2016; Rothstein et al., 2007; Uğurel et al., 2009; Vivaldi, 2014), studies that include the analysis of texts

written by students are relatively fewer (Bossé & Faulconer, 2008; Kosko & Zimmerman, 2017; Morgan, 1998; Teledahl et al., 2022). Even though teachers are aware of the advantages of mathematical writing and of how writing can enhance and deepen mathematical knowledge, mathematical writing is not a common practice today (Altieri, 2010; Cohen et al., 2015; Pugalee, 2004). This situation points to a significant research gap at the elementary level. In addition, there are also differences regarding the definition and scope of the concept of "writing" in mathematics education. Writing activities in mathematics classrooms are implemented in different forms and for different purposes (Barwell, 2018; Burton & Morgan, 2000; Johanning, 2000; Pugalee, 2001; Sipka, 1990). While this diversity is beneficial, a particular focus on explanatory writing based on logical reasoning plays a critical role in students' process of making sense of mathematical concepts (Cohen et al., 2015).

In the context of types of mathematical writing, four main approaches stand out (Casa et al., 2016, pp. 4–19): exploratory, informational/explanatory, argumentative, and mathematically creative writing. Exploratory writing emerges as a powerful tool for students to develop their mathematical thinking. In this approach, students freely express their thoughts and make sense of mathematical concepts and problems within their own thought processes. Informational/explanatory writing is the second important type of writing that enables students to express their mathematical thinking in a systematic way. In this approach, students both make mathematical definitions to express the characteristics of concepts and their observations in written form, and present their problem-solving strategies and procedural steps along with justifications through mathematical explanations. In this process, students have the opportunity to use formal mathematical terminology together with expressions that reflect their own understanding. Argumentative writing stands out as the third type of writing, which develops critical thinking and logical reasoning skills. This approach serves two main purposes: constructing mathematical arguments and evaluating the mathematical thinking of others. Finally, mathematically creative writing is a type of writing that enables students to go beyond standard solutions. This approach encompasses the processes of developing original mathematical ideas, ensuring flexibility and fluency in mathematical thinking, and elaborating on mathematical ideas. In this process, students create their own problems, develop different solution strategies, and discover mathematical patterns and structures.

In this study, the focus was on the explanatory type of writing in which students express their mathematical thinking in written form, and it was aimed to examine how these writings reflect students' conceptual understanding. Explanatory mathematical writing is a type of writing that requires students to systematically explain mathematical processes or concepts. In this writing approach, students are expected first to explain the logical steps or components for each concept or process they address, and then to provide justification for these explanations (Casa et al., 2016; Santos & Semana, 2015). The explanatory writing process requires students to explain not only what mathematical concepts are, but also why they are so. The most distinctive feature of this type of writing is that students reveal the reasoning behind mathematical procedures or solution strategies (Cohen et al., 2015; Hebert & Powell, 2016). In this process, students have the opportunity to combine formal mathematical terminology with expressions that reflect their own understanding. Explanatory writing supports conceptual understanding rather than rote learning and helps students organize their mathematical thinking (Cross, 2009; Pugalee, 2005). The literature emphasizes that explanatory writing clarifies students' problem-solving processes (Morgan, 2006), enhances metacognitive awareness (Pugalee, 2001), and supports conceptual learning (Graham et al., 2020). Therefore, explanatory writing is regarded as one of the fundamental components of student-centered approaches in mathematics instruction.

The examination of elementary-level students' mathematical writing skills is of great importance for designing practices aimed at improvement and for increasing research on this topic (Cohen et al., 2015; Powell et al., 2017; Simpson et al., 2004). The ability of students to express their mathematical thinking and reasoning processes in written form helps them to better understand mathematical concepts, to systematize their thinking processes, and to develop their mathematical communication skills (Johnson, 1983; NCTM, 2000). However, according to research findings in the literature, it has been determined that students experience significant difficulties in expressing and justifying their mathematical problem-solving processes in writing (Evens & Houssart, 2004; Hebert et al., 2019; Martins & Martinho, 2024; Petersen et al., 2017). Although students are able to produce solutions to mathematical problems, they are often insufficient in explaining the mathematical thinking and reasoning strategies they use in the process of reaching the solution (Powell et al., 2017). In this context, there are several main reasons for focusing specifically on explanatory mathematical

writing. First, explanatory writing is the type of writing that more clearly reveals students' existing conceptual understanding. Since this type of writing requires students to explain not only what mathematical concepts are but also why they are so, it was preferred for determining their levels of conceptual knowledge, misconceptions, and deficiencies in reasoning processes (Cohen et al., 2015; Santos & Semana, 2015). Second, explanatory writing provides an opportunity to observe students' ability to use mathematical language. Since in this type of writing students are required to combine formal mathematical terminology with everyday language, their competencies and deficiencies in mathematical language can be clearly identified (Hebert & Powell, 2016; Rubenstein, 2007). Third, the requirement for students to systematically justify their problem-solving strategies in the process of explanatory writing provides an opportunity to examine in detail their current level of mathematical reasoning and their understanding of solution strategies (Morgan, 2006; Pugalee, 2001). Determining the current state of explanatory writing skills at the elementary school level reveals the extent of mathematical communication abilities in this age group and provides a basis for future instructional interventions and curricular adjustments. Based on these considerations, this study aimed to address the research question: "What are the explanatory mathematical writing skills of fourth-grade elementary school students?" The study sought to examine and describe in depth the students' solutions to mathematical problems from different learning domains, as well as their mathematical justifications and reasoning underlying their solution processes, as they are about to complete the first stage of primary education.

Method

Research Design

In this study, a descriptive survey model was employed to examine the explanatory mathematical writing performance of fourth-grade elementary school students. The descriptive survey model is a research approach that aims to describe an existing situation as it is (Karasar, 2020). This model allows for the systematic examination of the characteristics of a particular group and provides an objective description of the existing situation. The current state of student skills, such as mathematical writing performance, can be effectively investigated through the descriptive survey model. In this study, students' explanatory mathematical writing performances across different areas of mathematics learning (fractions, geometry, measurement, and data processing) were systematically analyzed.

Population and Sample/ Study Group

The study group of this research consisted of 95 fourth-grade elementary school students enrolled in schools located in the central district of Burdur. The participants were selected from two different elementary schools with a middle socioeconomic status using a convenience sampling method on a voluntary basis. The convenience sampling method accelerates the research process and provides practicality, as it involves selecting cases that are easily accessible (Yıldırım & Şimşek, 2021). The study group consisted of 37 female and 58 male students. The proportion of female students in the study group is 38.94%, while the proportion of male students is 61.05%. The frequency distribution of the scores given by classroom teachers regarding these students' performance in Turkish and mathematics courses is presented in Table 1. According to teacher evaluations, 83.15% of the students received scores of 4 or 5 in Turkish, while 76.83% received scores of 4 or 5 in mathematics. These data indicate that, in the mathematical writing process, the majority of students are considered to be at a good level in terms of both mathematical and language skills, based on teachers' assessments. The fourth grade of primary school represents the final stage of the first level of elementary education. At this grade level, students acquire the fundamental concepts and skills related to the learning domains defined in the Primary School Mathematics Curriculum (MoNE, 2018). In this critical period, examining students' reasoning processes and written communication skills based on the conceptual knowledge they have acquired in different mathematical learning domains is important for evaluating their level of constructing mathematical concepts and their proficiency in effectively using mathematical terminology.

Table 1. Turkish and mathematics scores of the study group students according to teacher evaluation

Score	Mathematics		Turkish	
	f	%	f	%
1	2	%2,10	1	%1,05
2	9	%9,47	3	%3,15
3	11	%11,57	12	%12,63
4	34	%35,78	33	%34,73
5	39	%41,05	46	%48,42

Data Collection Tools/ Methods

In this study, a data collection tool consisting of six open-ended questions (Appendix-1) was used to reveal students' explanatory mathematical writing performance. In the first stage, based on the literature and the curriculum, 50 questions were developed by the researchers. These questions were designed in accordance with the primary school learning domains of the 2018 Mathematics Curriculum and the weight of these domains in the program. The distribution of the questions across the learning domains is as follows: 15 questions for the Numbers and Operations domain, 14 questions for the Geometry domain, 10 questions for the Measurement domain, and 11 questions for the Data Processing domain. In order to ensure the usability of the data collection tool, it was decided that the number of questions included in the form should not exceed 10, considering factors such as fourth-grade students' writing stamina, attention span, the feasibility of completing the questions within a class period, and the need to allow for an in-depth evaluation of their writing skills. When determining the quality of the questions to be prepared for evaluating mathematical writing performance, several criteria were taken into consideration. Accordingly, the questions to be included in the assessment tool were examined in terms of their compliance with the criteria listed below.

- Ability to assess conceptual understanding (determining students' level of conceptual understanding, enabling them to explain relationships between concepts, and allowing them to define mathematical concepts in their own words)
- Ability to reflect the reasoning process (enabling students to explain their thinking processes and the justifications of their solution steps, as well as to use and explain different solution strategies)
- Encouraging the use of mathematical language (enabling students to use mathematical terminology, symbols, and notations meaningfully and accurately)
- Appropriateness to the student level (being consistent with students' cognitive development levels and the learning outcomes in the curriculum, as well as being relatable to students' prior knowledge)
- Clarity and comprehensibility (including clear and explicit question statements, providing sufficient guidance for written expression, and clearly stating what students are expected to do)
- Nature of the problem situation (being relatable to daily life, activating higher-order thinking skills, and allowing the use of different forms of representation—visual, symbolic, verbal)
- Assessment and evaluation principles (being consistent with the principles of validity and reliability, enabling the objective evaluation of student performance, and allowing for the establishment of clear assessment criteria)

A detailed review concluded that 9 questions, which met the criteria and represented different learning domains, were effective in assessing the intended construct. These 9 questions were then submitted for expert review in the fields of mathematics education, assessment and evaluation, and language. Experts were asked to evaluate each question as low, medium, or high in relation to the established criteria and to provide suggestions for revisions. Based on the feedback received, the necessary adjustments were made, and a draft version of the data collection instrument was developed. A pilot study was conducted with the participation of 50 students using the draft data collection instrument. The results of the pilot study indicated that Questions 1, 6, and 9 did not adequately reveal students' mathematical writing performance, had low levels of clarity, and demonstrated limited capacity to assess the intended learning outcomes. Consequently, the final version of

the instrument was developed with six questions. In the data collection instrument, Questions 1, 2, and 6 were originally developed by the researchers, while Questions 3, 4, and 5 were adapted from various sources. Specifically, Question 3 was adapted from Fırat and Gürbüz (2019, p. 235), Question 4 from Özmen and Güven (2019, p. 209), and Question 5 from Cohen et al. (2015). Moreover, Questions 2, 4, and 6 are also related to learning outcomes at lower grade levels. According to Orale and Uy (2018), the shortcomings of the spiral approach used in mathematics education cause students to encounter new topics without gaining sufficient depth in previous ones. This may hinder their ability to establish the necessary conceptual connections in subsequent topics. Therefore, instructional processes should incorporate in-depth activities and assessments related to the topics (Bransford et al., 2000). The alignment of the questions with the learning domains and learning outcomes is presented in Table 2.

Table 2. Alignment of questions with learning domains and learning outcomes

Item No	Mathematics Learning Domain	Learning Outcomes
1	Data Handling	M.4.4.1.1. Examines bar charts and makes interpretations and predictions based on the chart. M.4.4.1.4. Uses information represented in bar charts, tables, and other graphs to solve problems related to daily life.
2	Numbers and Operations	M.4.1.6.4. Compares up to three fractions with equal denominators. M.3.1.6.3. Explains the relationship between the numerator and the denominator.
3	Data Handling	M.4.4.1.4. Solves real-life problems by using information represented in bar graphs, tables, and other types of charts.
4	Geometry	M.4.2.1.2. Identifies the side properties of squares and rectangles. M.3.2.1.4. Recognizes that shapes are named according to the number of their sides. M.2.2.1.1. Classifies geometric shapes based on the number of sides and vertices.
5	Measurement	M.4.3.3.1. Determines that the area of shapes is the number of unit squares covering the area. M.4.3.3.2. Relates the area of squares and rectangles to addition and multiplication operations
6	Measurement	M.3.3.1.5. Solves problems involving the use of meter and centimeter units. M.2.3.1.6. Solves problems involving the use of length measurement units.

Data Collection Process

The main implementation was conducted in the second semester (March–April 2022) of the 2021–2022 academic year, after the students had completed the relevant topics in accordance with the curriculum. The questions in the data collection instrument were administered following the instruction of fractions, geometry, measurement, and data handling in the 4th-grade curriculum. Prior to the implementation, consultations were held with classroom teachers to confirm that the students had completed the relevant learning objectives. For

the main implementation, four different 4th-grade classrooms from two primary schools located in the central district of Burdur were selected. Care was taken to ensure that the schools selected for the main implementation did not include the school where the pilot study had been conducted. The study group consisted of a total of 95 fourth-grade primary school students. During the main implementation, students were briefly informed about the nature of explanatory writing, and the data collection instrument was introduced. During the main implementation phase, the researchers were present in the classrooms as observers. The questions included in the data collection instrument were administered to the students within a single class period (40 minutes). The students, teachers, school administrators, and parents involved in the implementation were informed about the study, and the necessary permissions were obtained. In addition, the students were informed that the data obtained from the research would not affect their school achievement.

Data Analysis

The first stage of the data analysis process was the development of the rubric to be used in evaluating the questions. For this purpose, a pilot study was conducted using the nine prepared questions, and initial data were obtained. The data from the pilot study were classified into three categories based on the quality of the students' responses. The quality of the students' responses was evaluated in the context of their mathematical writing performance. Based on the analysis, the categories were scored on a graded scale. A separate mathematical scoring rubric (Appendix-2) was developed for each question. In general, responses with both correct answers and explanations were awarded 2 points, responses with correct answers but insufficient explanations were awarded 1 point, and responses with incorrect answers and explanations, or with correct answers but completely incorrect explanations, were awarded 0 points. Based on the holistic rubric approach developed by Cohen et al. (2015), this structure evaluated the quality of students' reasoning-related writings—ranging from inadequate to advanced—by taking into account dimensions such as abstract and valid reasoning, the construction of valid arguments, and the critique of others' reasoning. The second stage of the data analysis process involved the evaluation of student responses obtained from the main implementation. At this stage, the mathematical writing rubric developed during the pilot study was employed. The participating students were coded as S1, S2, S3 … S95. Two different researchers independently scored the student responses using the "mathematical writing rubric." In cases of disagreement, the scores were discussed by three researchers until a consensus was reached. The analysis of the obtained dataset was conducted based on the frequency distribution of the total scores obtained from the questions.

Validity and Reliability

Validity refers to the adequacy of a measurement tool in assessing the intended construct and the extent to which the construct is sufficiently measured (Maxwell, 2012). For research findings to accurately represent real-world phenomena, data must be collected and interpreted appropriately (Yin, 2011). To ensure the validity of this study, a review of the related literature was conducted, expert opinions were obtained, and a pilot study was carried out. In addition, to enhance credibility, students' responses were presented through direct quotations.

Reliability refers to the extent to which research data can be replicated (Denzin & Lincoln, 2011; Merriam, 2023). In this study, inter-rater reliability was employed to ensure reliability. Inter-rater reliability is a method that expresses the level of agreement between the results obtained when two or more independent raters evaluate the same characteristic (Stemler, 2019; Viera & Garret, 2005). The student responses were independently scored by two different researchers using the rubric. The scores were then compared, and the inter-rater agreement was calculated as 96.30%. Subsequently, the two sets of scores were compared, and any discrepancies were noted. These differences were then discussed, and the scoring was reconciled based on reasoned justification. In addition, to ensure the reliability of this study, the roles of the researchers were clearly articulated. The study group, research process, data collection instrument, and data analysis procedures were also described in detail.

Ethical Disclosure

Ethics Committee Approval: This research was conducted with the approval of the Social and Human Sciences Scientific Research and Publication Ethics Committee of Burdur Mehmet Akif Ersoy University, granted on 02/03/2022 with decision number GO2022/535.

Conflict of Interest: The authors have no conflicts of interest to declare.

Author Contribution: Author 1 (30%), Author 2 (30%), and Author 3 (40%).

Results

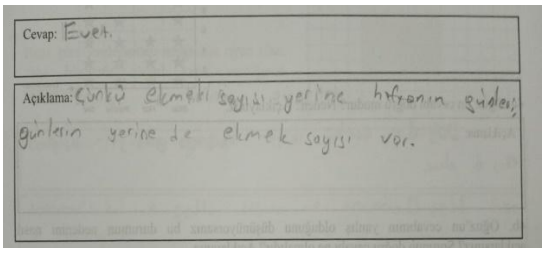
In this section, the findings obtained from the study are presented. The results regarding the mathematical writing performance levels of fourth-grade elementary school students are provided in Table 3. Student responses are reported along with their codes and are exemplified for each performance level.

Table 3. Mathematical writing skills of fourth-grade elementary school students and their classification across all questions

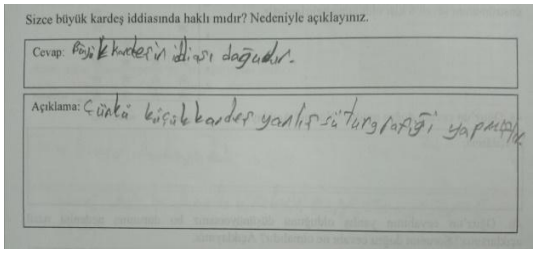
Item no	Student Ratios by Mathematical Writing Performance Levels					
	0		1		2	
	f	%	f	%	f	%
1	74	77,89	12	12,63	9	9,47
2	48	50,52	13	13,68	34	35,78
3	31	32,63	47	49,47	17	17,89
4a	40	42,10	43	45,26	12	12,63
4b	49	51,57	26	27,36	20	21,05
5	45	47,36	13	13,68	37	38,94
6	38	39,99	48	50,52	9	9,47

When Table 3 is examined, it is observed that students' mathematical writing performance levels are most concentrated in the 0-point category for Question 1, Question 2, Question 4b, and Question 5. For Question 3, Question 4a, and Question 6, students' performance levels are mostly concentrated in the 1-point category. It was determined that in none of the questions was the proportion of responses in the 2-point category the highest. The questions in which the proportion of students reaching the 2-point level was the highest were Question 5 with 38.94% and Question 2 with 35.78%.

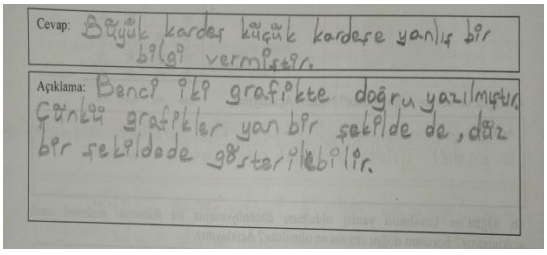
In Question 1 of the data collection tool, students were expected to correctly interpret the given graph and accurately label the axes on the graph. Among the students, 9.47% received 2 points, and 12.63% received 1 point. In addition, the combined proportion of students who scored either 1 or 2 points—thus, those who were able to earn a score from Question 1—was found to be 22.10%. On the other hand, 77.89% of the students scored 0 points. Example student responses for each category are presented below as evidence.



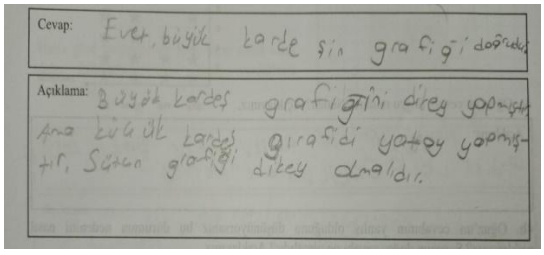
Example response scoring 2 points (S69)



Example response scoring 1 points (S42)



Example response scoring 0 points (S22)

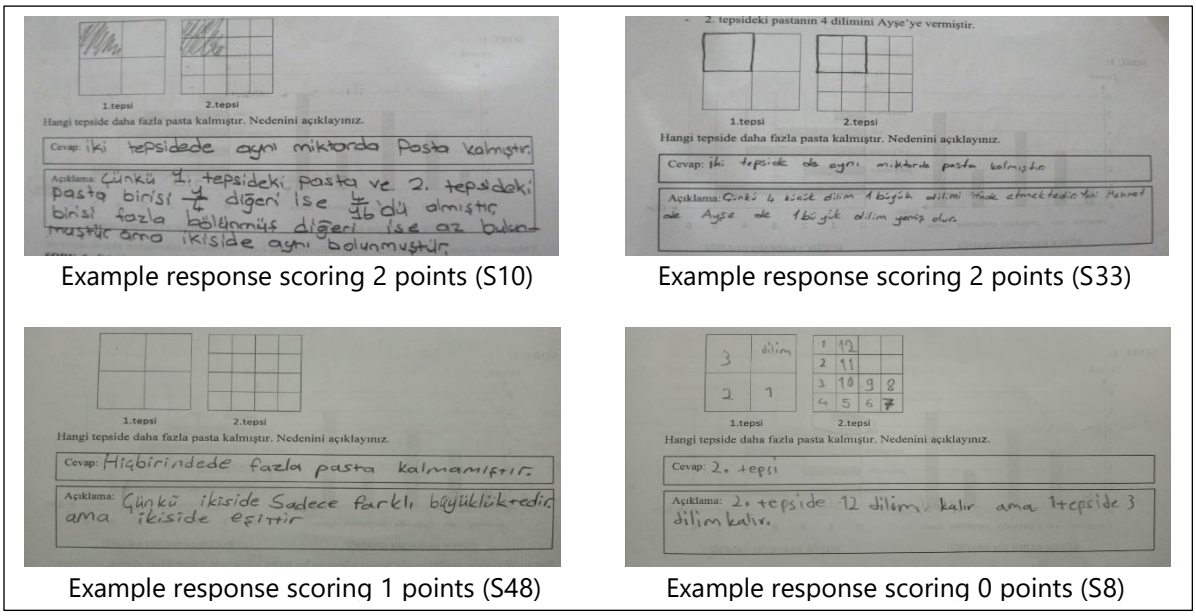


Example response scoring 0 points (S78)

Figure 1. Sample responses for question 1

The response of the student coded Ö69 in Figure 1 was categorized in the 2-point level according to the criteria in the rubric. Ö69 pointed out the younger sibling's mistake by stating that the days were written in the section labeled for bread, and the number of breads was written in the section labeled for days. The response of S42 was classified in the 1-point category according to the criteria of the rubric. S42 merely stated that the older sibling was correct and that the younger sibling's graph was incorrect. However, the student did not specify what the error in the graph was. The responses of students coded as S22 and S78 were classified in the 0-point category according to the criteria of the rubric. S22 stated that graphs could be represented both on the horizontal plane and on the vertical plane. This response is mathematically correct; however, it is not a valid answer for Question 1. In addition, the student argued that the older sibling was wrong. As for S78, the student commented that the older sibling's graph was correct, whereas the younger sibling's graph was incorrect. The student indirectly argued that the older sibling was correct. However, in the justification, the student provided incorrect reasoning by asserting that a horizontal bar chart cannot be used and that bar charts must be oriented vertically (along the vertical axis). This incorrect justification indicates that, although the student's answer is correct, the explanation is entirely wrong, revealing that the student has developed misconceptions.

In the data collection instrument, Question 2 requires knowledge of equivalent fractions and the ability to model. Among the students, 35.78% received 2 points and 13.68% received 1 point. In addition, the combined proportion of students who scored either 1 or 2 points—i.e., those who were able to earn a score from Question 2—was determined to be 49.46%. On the other hand, 50.52% of the students scored 0 points. Sample student responses for these categories are presented below as evidence.



Example response scoring 2 points (S10) | Example response scoring 2 points (S33)

Example response scoring 1 points (S48) | Example response scoring 0 points (S8)

Figure 2. Sample responses for question 2

The responses of students coded Ö10 and Ö33 in Figure 2 were classified in the 2-point category according to the criteria of the scoring rubric. Ö10 demonstrated an awareness of the equivalence between the fractions 1/4 and 4/16 and expressed this understanding visually by shading the areas in the figure. Similarly, Ö33 approached the problem from a comparable perspective, stating that four smaller slices were equal to one larger slice and noting that Mehmet and Ayşe each ate one large slice. In contrast, Ö48's response was placed in the 1-point category according to the criteria of the scoring rubric. Ö48 stated that the slice sizes were different but did not indicate that the four slices in the second tray were equivalent to one slice in the first tray. Similarly, Ö8's response was classified in the 0-point category according to the scoring rubric criteria, as the student focused on the number of slices and concluded that there was more cake left in the second tray.

In the third question of the data collection tool, students were expected to correctly interpret the given graph and identify the values represented by the shapes in the graph. Among the students, 17.89% scored 2 points, while 49.47% scored 1 point. In addition, the proportion of students who received either 1 or 2 points—that is, those who were able to earn points from Question 3—was found to be 67.36%. Meanwhile, 32.63% of the

students scored 0 points. Sample student responses representing these categories are presented below as evidence.

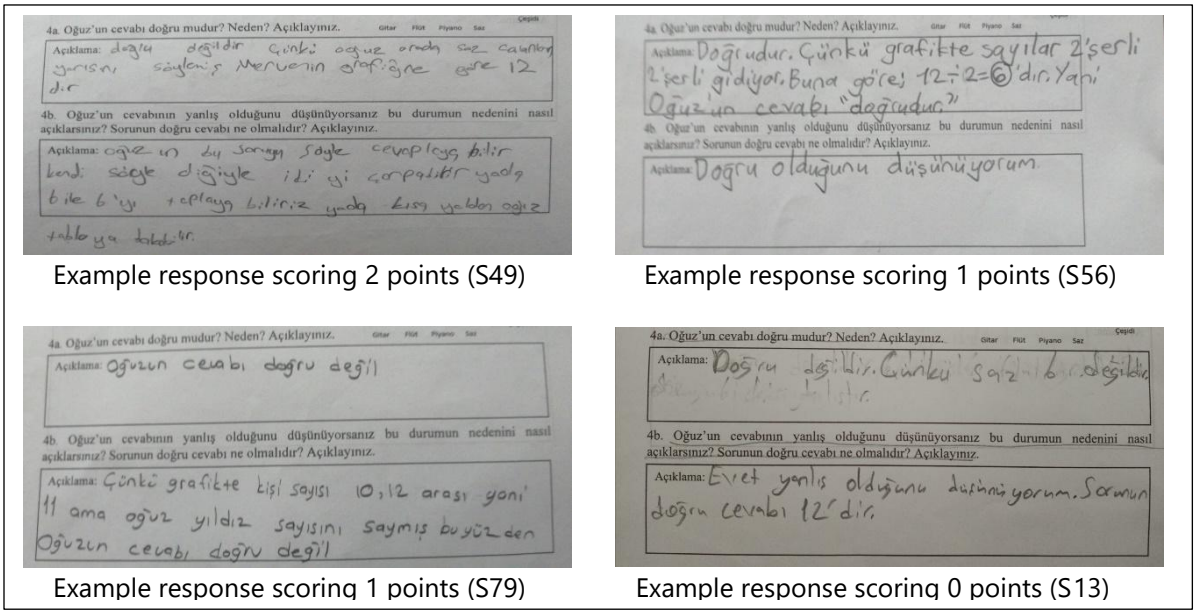


Figure 3. Sample responses for question 3

The response of student Ö49, presented in Figure 3, was classified in the 2-point category according to the criteria of the scoring rubric. Ö49 indicated that Oğuz's answer was incorrect and explained, through multiple approaches, what Oğuz should do in order to answer the question correctly. Thus, it can be seen that the student was able to evaluate different solution strategies. The responses of students Ö56 and Ö79, on the other hand, were classified in the 1-point category according to the criteria of the scoring rubric. Ö56 limited the response to simply providing the correct answer and offered an incomplete justification. Similarly, Ö79 interpreted the graph based on the numbers on the vertical axis and stated that the answer should be "a number between 10 and 12, that is, 11." The student made this interpretation because they failed to notice that the values of the shapes increased by twos. The response of Ö13, on the other hand, was classified in the 0-point category according to the criteria of the scoring rubric. Ö13 wrote that Oğuz's answer was correct. Although the student recognized that each figure in the graph had a value of two, they concluded that Oğuz's response was correct by performing the calculation 12/2 = 6.

In the fourth question of the data collection tool, students were expected to recognize the given geometric shapes and articulate their defining properties. The evaluation of this question was divided into two parts: option "a" and option "b." A separate rubric was developed for each option. For Question 4a, 12.63% of the students received 2 points, 45.26% received 1 point, and 42.10% received 0 points. Sample student responses representing these categories are presented below as evidence.

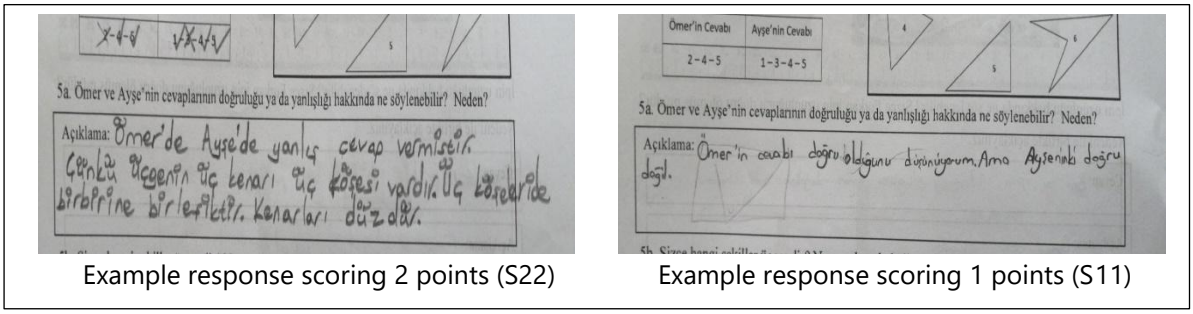
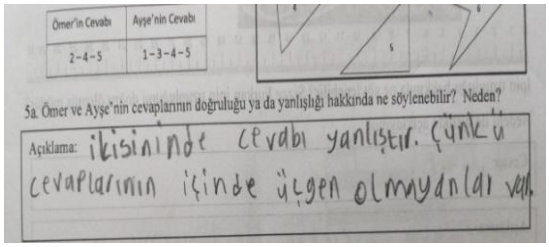
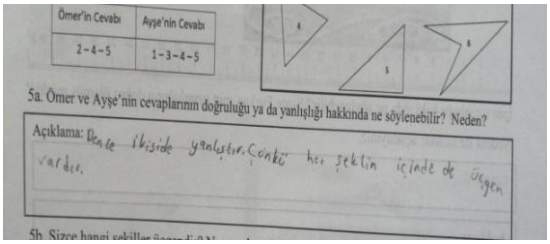


Figure 4.a Sample responses for part "a" of question 4



Example response scoring 1 points (S32)

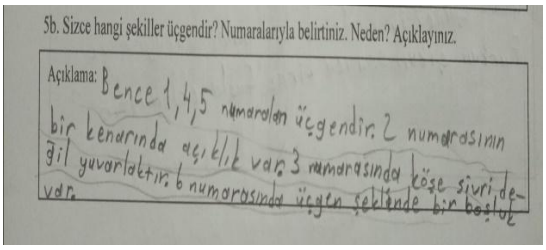


Example response scoring 0 points (S45)

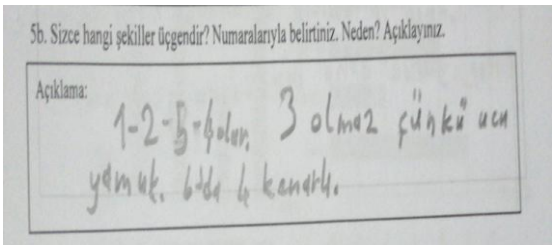
Figure 4.b Sample responses for part "a" of question 4

In Figure 4, the response of student Ö22 was placed in the 2-point category according to the criteria in the rubric. Ö22 stated that Ömer and Ayşe's answers were incorrect, explaining that a triangle must have three sides and three vertices, and additionally noted that these three vertices must be connected to one another. Apart from this, the student also recognized that, for a shape to be classified as a triangle, its sides must be straight. The responses of students Ö11 and Ö32 were placed in the 1-point category according to the criteria in the rubric. Ö11 stated that Ömer's answer was correct, while Ayşe's answer was incorrect. According to the rubric, student responses of this type fall into the 1-point category. Students in this category accepted the second figure in the question as a triangle by completing it. Ö32 attributed the incorrectness of Ömer's and Ayşe's answers to the presence of non-triangular figures; however, the explanation provided was insufficient. Ö45's response, on the other hand, was placed in the 0-point category according to the rubric criteria. Although Ö45 stated that Ömer's and Ayşe's answers were incorrect, the student justified this by claiming that each figure contained a triangle, thereby providing an incorrect rationale for the correct answer.

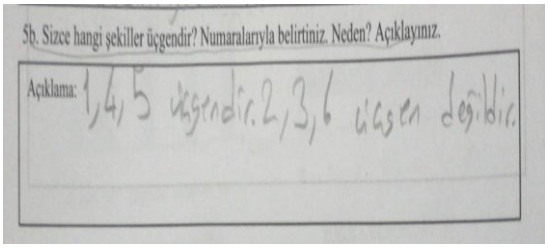
For Question 4b, 21.05% of the students scored 2 points, while 27.36% scored 1 point. Meanwhile, 51.57% of the students received 0 points. Sample student responses for each category are presented below as supporting evidence.



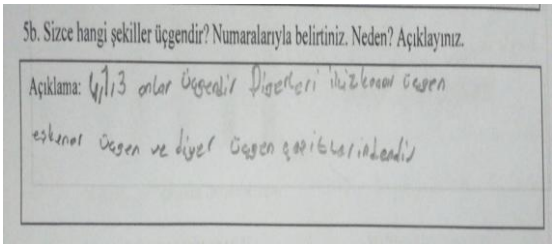
Example response scoring 2 points (S12)



Example response scoring 1 points (S21)



Example response scoring 1 points (S56)



Example response scoring 0 points (S35)

Figure 5. Sample responses for part "b" of question *4*

The response of student Ö12, presented in Figure 5, was classified in the 2-point category according to the criteria of the rubric. Ö12 identified shapes one, four, and five as triangles and explained the reasons why the remaining shapes could not be considered triangles. According to Ö12, the reason why shape two is not a triangle is that one of its sides is open. For shape three, the student noted that one of the vertices is rounded rather than sharp. Regarding shape six, Ö12 explained that there is a gap within the triangular form. The responses of students coded Ö21 and Ö56 were placed in the 1-point category according to the criteria in the analytic scoring rubric. Ö21 considered shape two as a triangle. The student stated that shapes one, two, four,

and five are triangles, while shape three is not a triangle because one of its vertices is slanted, and shape six is not a triangle because it has four sides. Although the student provided justification in the response, shape two was considered a triangle; therefore, the answer was placed in the 1-point category according to the analytic scoring rubric. Similarly, while Ö56 correctly identified which figures were and were not triangles, the student did not provide any justification. Ö35's response was classified in the 0-point category according to the rubric criteria. Ö35 accepted shapes 1, 3, and 4 as triangles. For the remaining shapes, the student offered an incorrect justification for an incorrect answer by claiming that they were isosceles, equilateral, or other types of triangles.

In the fifth question of the data collection tool, students were expected to demonstrate knowledge of area measurement and to show awareness of area conservation when explaining their reasoning. Among the students, 38.94% scored 2 points, 13.68% scored 1 point, and 47.36% scored 0 points. Sample student responses for these categories are presented below as evidence.

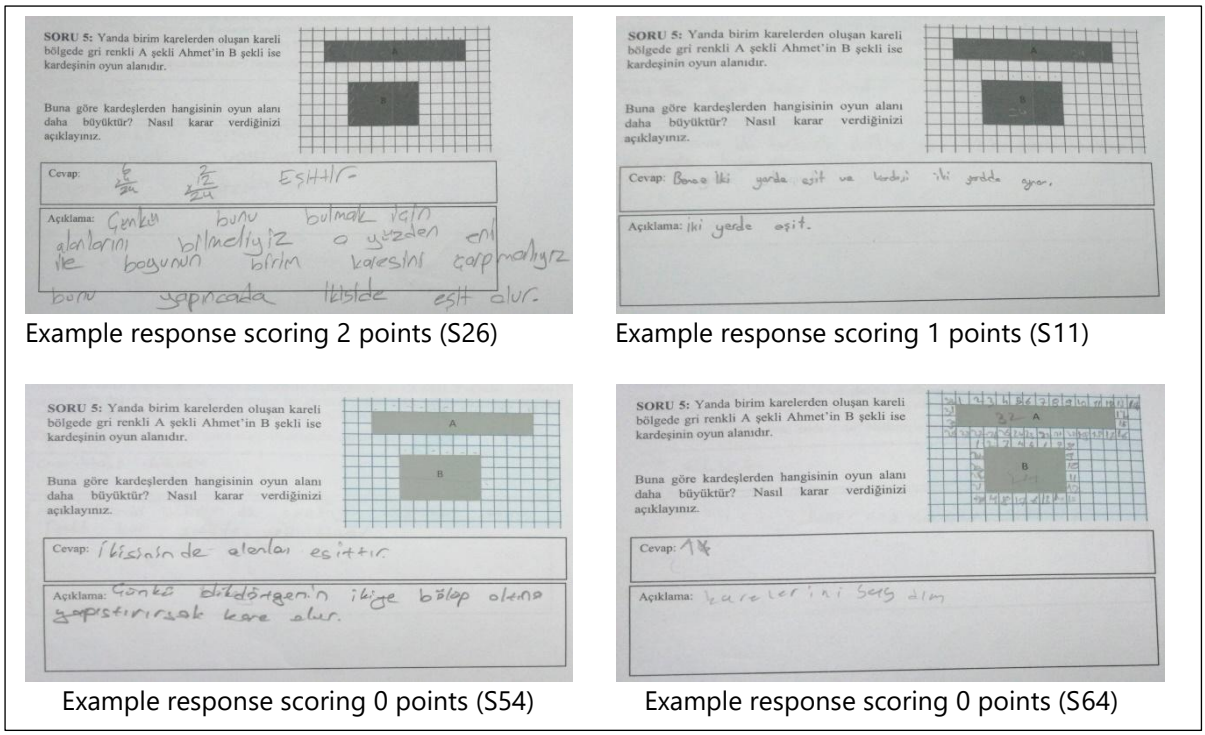
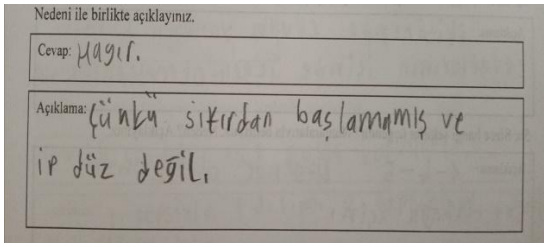


Figure 6. Sample responses for question 5

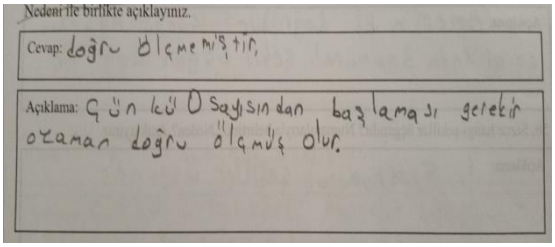
The response of student Ö26, presented in Figure 6, was placed in the 2-point category according to the criteria in the rubric. Ö26 stated that the two playgrounds were equal and explained that they reached this conclusion by multiplying the length and width of the shapes. The response of student Ö11 was placed in the 1-point category according to the criteria in the rubric. Ö11 stated that the areas of the two shapes were equal and wrote 24 on the shapes; however, the student did not provide any explanation, that is, no justification was given. The responses of students coded Ö54 and Ö64 were also classified in the 0-point category according to the criteria of the rubric. Ö54 provided a correct answer by stating that the two playgrounds were equal; however, the explanation offered contained incorrect justification. In the student's explanation, it was stated that if the rectangle is divided into two parts and one part is placed underneath, the resulting shape would be a square. Similar responses had previously been placed in the 2-point category; however, this student explicitly wrote that the resulting shape is a square. In fact, the resulting shape is not a square but a rectangle. Ö64, on the other hand, stated that playground A was larger. As a justification, the student explained that they had counted the squares. In doing so, the student attempted to calculate the perimeters of the shapes rather than their areas; however, this calculation was also carried out incorrectly.

In the sixth question of the data collection tool, students were expected to demonstrate knowledge of the rules of measuring length as well as an awareness of the necessity of starting from the correct initial point and maintaining linearity during measurement. Among the students, 9.47% scored 2 points, while 50.52% scored 1

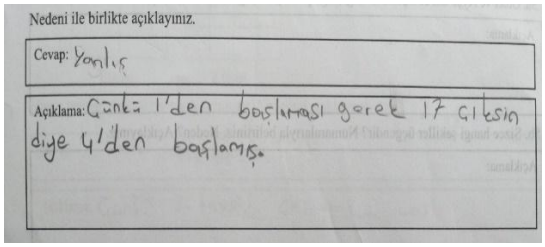
point. A total of 39.99% of the students scored 0 points. Sample student responses in each category are presented below as evidence.



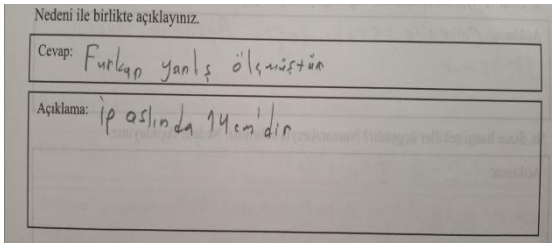
Example response scoring 2 points (S32)



Example response scoring 1 points (S65)



Example response scoring 0 points (S46)



Example response scoring 0 points (S76)

Figure 7. Sample responses for question 6

In Figure 7, the response of student coded Ö32 was placed in the 2-point category according to the criteria of the rubric. Similar to other students in the 2-point category, Ö32 explained that Furkan did not start from zero and that the string was not straight. The response of student coded Ö65 was placed in the 1-point category according to the criteria of the rubric. Ö65 stated that Furkan's measurement was incorrect, attributing this to not starting from zero. Responses of this type, which identify only one of the two conditions required for correct measurement, were evaluated in this category. The responses of students coded Ö46 and Ö76 were also placed in the 0-point category according to the criteria of the rubric. Although Ö46 stated that Furkan's measurement was incorrect, which is a correct conclusion, the explanation given—"the rope should be measured starting from 1 cm"—demonstrated a lack of understanding of the rules of length measurement. Thus, it becomes evident that students have developed misconceptions. Although Ö76 correctly stated that Furkan's measurement was incorrect, the student explained the answer by asserting that the rope was actually 14 cm long. This response is incorrect, as the question did not ask for the specific length of the rope.

Discussion, Conclusion, and Recommendations

In this study, the research question "What are the explanatory mathematical writing skills of fourth-grade elementary school students?" was addressed. As a result of the study, it was found that across all questions, the mode values in the score distributions were most frequently at 0 points, followed by 1 point. The proportion of students who received 2 points was notably low. The percentage of students with low mathematical writing performance, that is, those placed in the 0-point category, ranged between 32% and 77%. The proportion of students with high mathematical writing performance, that is, those placed in the 2-point category, ranged between 9% and 39%. As a result of the study, it was determined that the mathematical writing performance of fourth-grade elementary school students was low based on the scores obtained from the questions in the data collection tool and that it needs to be improved. These findings indicate that fourth-grade students experience difficulties in justifying their solution strategies, providing conceptual explanations, and using mathematical language during the problem-solving process. Since mathematical writing is an important tool for making students' thinking processes visible, these shortcomings also provide significant insights into their levels of conceptual understanding, reasoning strategies, and communication skills. This situation reveals that even though students possess mathematical knowledge, they struggle to express this knowledge in written form. Similar findings have also been reported in other studies in the literature. In the study conducted by Erişen (2022), it was found that the mathematical literacy levels of fourth-grade primary school students were

low. Similarly, Chasanah et al. (2020) reported that primary school students' written mathematical communication skills were weak. Evens and Houssart (2004) also concluded that although students understood mathematics, they were unable to provide sufficient explanations in their written responses. These findings highlight the necessity of improving students' explanatory mathematical writing skills and point to the importance of instructional interventions in this area.

According to the research findings, the highest mathematical writing performance was observed in Question 5, with 38.94% of students scoring in the highest category. This question belongs to the "measurement" learning domain, where students were expected to solve a problem related to area measurement in an explanatory manner. The second-highest success rate was achieved in Question 2, with 35.78%. This question was structured around the topic of "fractions." In both of these questions, it is noteworthy that the proportion of students scoring 2 points was higher compared to the other questions. This situation may be related to the fact that the questions in question contained visuals that directly enabled modeling. Such questions, which include visual supports and domain-specific models, may have helped students construct mental representations, thereby allowing them to express their solutions in a clearer, more systematic, and well-justified manner. Indeed, this finding aligns with the literature emphasizing the positive effects of mathematical modeling on problem-solving processes and conceptual understanding (Albayrak & Çiltaş, 2015; English & Watters, 2004; Eric, 2010; Riyanto & Putri, 2019). In this context, it can be stated that mathematical modeling opportunities provided at the 4th-grade level may enhance students' explanatory mathematical writing performance. However, another noteworthy finding in both questions is that the proportion of students who scored 1 point was as low as 13.68%. This finding reveals that although students were able to produce a correct solution to the question, they had difficulty expressing their solutions in writing with sufficient justification. In other words, while students arrived at the correct answer, they demonstrated inadequacies in mathematical justification and expression skills, which are essential components of explanatory writing. In particular, the lack of elements targeted in explanatory mathematical writing—such as conceptual explanations, the written presentation of the thinking process, and the accurate use of mathematical language—can be considered among the main reasons for this situation. These findings are also consistent with the results reported by Olkun et al. (2009) in their study conducted with 3rd-, 4th-, and 5th-grade students. In that study, it was noted that mathematical modeling activities created a significant effect only at the 5th-grade level, whereas at lower grade levels the impact of modeling remained limited. In this context, it can be suggested that 4th-grade students may not yet have reached the necessary cognitive maturity to justify their mathematical thinking processes in written form. Therefore, even if they benefit from modeling, the level of their written explanations remains limited. In conclusion, it can be stated that 4th-grade students have partially developed the ability to express the solution process in their explanatory mathematical writing; however, they exhibit significant shortcomings in justifying the solution and clearly presenting their mathematical thinking in written form. This situation indicates that written mathematical communication skills need to be systematically supported and that modeling-based activities, in particular, can serve as an important tool in fostering this development.

According to the research findings, students demonstrated their lowest mathematical writing performance, at a rate of 9%, on questions 1 and 6. Question 1, which belongs to the "data processing" learning domain, was a graph task. In this item, it was observed that the majority of students struggled to correctly label the axes of the graph and to accurately interpret the given data. In particular, the inability to recognize the relationship between the axes and to interpret this relationship accurately led to fundamental shortcomings in students' written explanations. Lowrie and Diezmann (2007) also emphasized that students often fail to grasp the relationship between the two axes in graphs and the importance of the structural components that establish this relationship. This finding indicates that skills such as reading graphs, analyzing data, and interpreting information are not sufficiently developed at the elementary level, and that instructional support is needed in these areas. A review of the literature also reveals numerous findings that support this situation. For example, researchers (Friel et al., 2001; Demirci & Uyanık, 2009; Yılmaz & Ay, 2016; Yun et al., 2016) have revealed that students experience difficulties in interpreting graphs. The skill of graph interpretation is influenced not only by content knowledge but also by students' prior knowledge, conceptual schemas, previous experiences, and even their preconceptions about graphs (Glazer, 2011). In this context, it can be stated that students approached even the same types of graphs in different ways, which led to variability in their performance levels.

Notably, in Question 1, it was found that 77.89% of the students received 0 points, which represents the highest proportion of 0-point scores among all the questions. This situation reveals that students experience greater difficulty in tasks that require abstract cognitive processes, such as graph interpretation, and fail to express these processes effectively through mathematical writing. Baykul (2022) emphasizes that skills such as reading and interpreting graphs should follow a developmental process that progresses from the concrete to the abstract. In this question, only 32.63% of the students scored 0 points, representing the lowest rate of 0-point responses among all questions. Therefore, the contrast between the first and third graph-related questions clearly demonstrates the impact of the level of abstraction in graph types on student performance. Güler and Didiş-Kabar (2021) also emphasize that there is no fixed developmental sequence in students' graph reading and interpretation skills; rather, these skills exhibit a structure that varies across individuals and questions. Question 6, on the other hand, pertains to the topic of "length measurement." In this task, students were expected to make an evaluation by considering both the starting point of the string and the linearity required to ensure accurate measurement of length. This question stands out in that it not only required students to provide the correct answer but also to support it with two separate justifications. A common feature of Questions 3 and 6 is that they both demanded not only the final answer but also two accompanying justifications, and this structure can be associated with the low rates of students achieving a full score of 2 points. Indeed, in both of these questions, approximately half of the students were able to provide only a single justification and therefore received 1 point. A detailed examination of the responses to Question 6 revealed that students tended to choose just one of the two required justifications, and the frequency of preference for each justification was found to be fairly similar. This finding indicates that students experience difficulties in combining multiple components of reasoning and expressing them coherently in written form. The literature provides extensive support for this finding. Barrett et al. (2006) and Battista (2006) highlight that elementary and middle school students frequently make common errors in measurement, such as starting measurement from 1 instead of 0, misaligning the ruler, or focusing solely on the endpoint of the measurement. These cognitive limitations are also reflected in their written explanations. In conclusion, it appears that students experience significant difficulties in providing written explanations for tasks with a high level of abstraction, particularly in measurement problems requiring multiple justifications and in graph interpretation tasks. This finding highlights the need for instructional approaches that not only focus on teaching mathematical concepts but also support students in expressing these concepts in written form, clearly and with justifications. In particular, instructional processes supported with concrete materials and gradually abstracted can foster meaningful improvements in students' skills in both graph interpretation and measurement.

According to the research findings, approximately 50% of the students received a score of 0 on questions 2, 4, and 5. This proportion indicates that a substantial number of students either provided incorrect answers or failed to support their responses with adequate mathematical justifications. An examination of student responses clearly reveals that this low performance stems not only from procedural errors but also from deep conceptual misunderstandings. In this context, it becomes evident that students have not fully internalized the fundamental concepts within the relevant learning domains. Question 2 pertains to the concept of fractions, where students were presented with a visual area model and asked to compare fractions. In this task, it was observed that students focused primarily on the number of parts in the model and, as a result, made incorrect inferences. For instance, students who evaluated the model with a greater number of parts as "larger" fell into the common misconception that a fraction increases in size as the denominator becomes larger. This situation indicates that students experience difficulties in making sense of the numerator and denominator, treating these two components as independent quantities rather than as parts of a relational whole. Önal and Yorulmaz (2017) and Stafylidou and Vosniadou (2004) emphasize that elementary school students tend to interpret the numerator and denominator as two independent numbers, which leads them to make systematic errors when comparing fractions. In addition, some students interpreted equivalent fractions merely as "fractions that look the same" and failed to recognize the relationship between different representations of equivalent fractions, such as 1/2 and 2/4 (Wilcox & Monroe, 2011). This finding indicates that students have not yet developed the ability to establish structural relationships in fractions. Question 4, on the other hand, is designed to assess students' ability to recognize geometric shapes, particularly their understanding of the fundamental properties of triangles. A considerable number of students identified shapes that did not have sharp vertices or had more than three vertices as triangles. For instance, students who classified a four-sided figure as a triangle failed to

recognize the fundamental property of a triangle—having three sides and three vertices. This finding indicates that students learn the concept of a triangle primarily through prototypical examples and struggle to recognize triangles in different forms. Similar findings are frequently reported in the literature. Aslan and Arnas (2007), Dağlı and Halat (2016), and Vighi (2003) noted that while students are familiar with prototypes such as equilateral triangles, they experience difficulties in identifying acute, obtuse, or rotated triangles. Clements and Sarama (2000) also revealed that preschool children similarly classified shapes without considering properties such as the number of vertices and angles. These results highlight the importance of conceptual instruction supported by diversified visual representations in the teaching of geometric concepts. Question 5, on the other hand, aimed to assess whether students understood the concept of area. In this question, a substantial number of students evaluated geometric shapes that appeared larger or had a greater perimeter as having a larger area. This finding indicates that students frequently confuse the concepts of area and perimeter. Researchers (Kidman & Cooper, 1997; Torbeyns et al., 2004) have reported that students often rely on perimeter when making judgments about area, which leads them to systematic errors. Similarly, Chappell and Thompson (1999) also noted that students experience difficulties in conceptually distinguishing between perimeter and area.

In particular, it was observed that some students, while attempting to calculate the perimeter, tried to draw unit squares and perform an area calculation, indicating that the distinction between these concepts had not yet been fully established (Outhred & Mitchelmore, 2000). Stephan and Clements (2003) emphasize that, for students to produce mathematical written explanations related to measurement, it is critical that they understand what the measurement actually represents. The findings of this study revealed that fourth-grade elementary students' performance levels in explanatory mathematical writing were generally low. This indicates that students were inadequate in expressing their mathematical thinking in a written form that is both reasoned and clear. The reasons underlying this inadequacy are multifaceted; however, at the core lies the limited use of mathematical writing practices in classroom instruction, as well as the fact that writing-based activities are not yet sufficiently recognized by either teachers or students (Ergan, 2023; Uğurel et al., 2009). Research indicates that teachers allocate limited space to writing activities in mathematics lessons, experience difficulties incorporating such activities into their lesson plans, and that writing tasks are often overshadowed by procedure-oriented activities (Powell et al., 2021). Indeed, research (Bakewell, 2008; Gillespie et al., 2014; Kiuhara et al., 2009; Ntenza, 2006) has revealed that teachers rarely use writing in mathematics instruction and instead predominantly rely on traditional lecture and practice-based methods. This situation emerges as a significant factor limiting the development of mathematical writing skills. This deficiency is not confined solely to instructional processes but is also evident in the textbooks and instructional materials being used. In their review, Casa et al. (2019) noted that many textbooks tend to encourage students to rehearse procedural knowledge rather than expect conceptual explanations, and that tasks supporting thinking through writing are quite limited. This indicates that the resources available to teachers are insufficient for fostering students' ability to articulate their thinking in written form.

A review of research on mathematical writing reveals that students often struggle to engage in higher-order reasoning during such activities, fail to adequately use formal mathematical language, terms, and symbols in their explanations, and tend to limit their mathematical writing to rather superficial expressions (Powell et al., 2017). These findings indicate that when the development of mathematical writing skills is not supported, students' abilities in conceptual thinking, reasoning, and mathematical communication also remain limited. In light of all these results, the planned and systematic implementation of mathematical writing activities at the elementary level is of critical importance for enhancing the quality of mathematics instruction. Stylianou and Blanton (2018) emphasize that initiating a classroom culture of argumentation and written expression of mathematical thinking at an early age facilitates the integration of such practices as a natural part of the classroom culture. In contrast, the limited number of studies on writing in mathematics (Pugalee, 2001) indicates the need for further research in this area. Simpson et al. (2004) also emphasize that studies examining elementary students' writing skills are of great importance both for instructional design and for assessment practices.

Mathematical writing is not only a means of revealing students' level of knowledge but also a powerful tool for making visible how they structure, justify, and communicate that knowledge. Through such activities, students are given the opportunity to explain the concepts they have learned in their own words, organize their ideas,

demonstrate their mathematical creativity, and develop a more positive attitude toward mathematics. At the same time, teachers gain the opportunity to observe students' thinking processes more deeply and to assess learning outcomes more meaningfully (Urquhart, 2009). In this regard, mathematical writing should be considered not merely as a communication tool but also as a pedagogical strategy that strengthens both the teaching and assessment process.

Based on the research findings, several recommendations have been made for teachers, educators, and researchers. These recommendations are categorized into practice-oriented and research-oriented suggestions.

Practice-Oriented Recommendations:

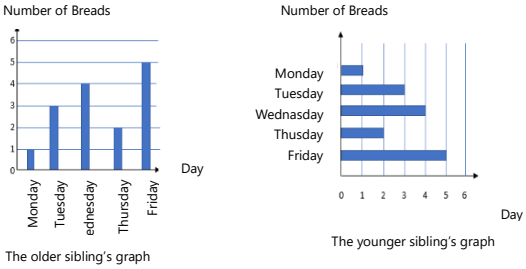
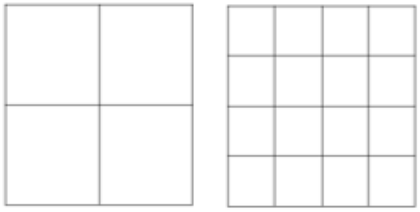
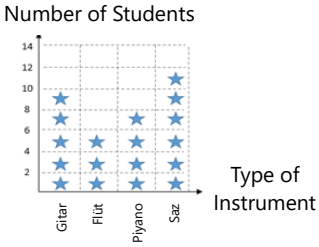
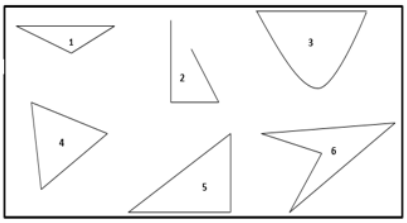
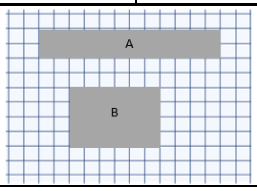
1. Educational processes should incorporate activities that support the development of students' mathematical writing skills.
2. Professional development programs can be organized for elementary teachers to enhance their knowledge and practices related to mathematical writing.
3. Curriculum and textbooks should be revised and designed to explicitly support mathematical writing skills.
4. In faculties of education, specific practices should be integrated into teacher education programs to improve prospective teachers' knowledge and competencies regarding mathematical writing.

Research-Oriented Recommendations:

1. This study employed *explanatory writing* as a type of mathematical writing. Future studies could explore other types of mathematical writing.
2. Since this study was conducted at the 4th-grade level, further research could be carried out at different grade levels.
3. Alternative assessment tools could be developed at the elementary level to measure mathematical writing skills.
4. Findings suggest that students struggled more with graph types that involve abstract features when graphs are ordered from concrete to abstract. Future studies could specifically focus on these types of graphs.
5. It was observed that as the required number of justifications increased after the answer, the frequency of zero scores decreased while the frequency of one-point scores increased. Students' average achievement levels may be influenced by this situation, and further studies could investigate this relationship.

Appendix 1.

Table 1. *Data collection instrument*

	Questions	
1	In the bar graphs shown, the distribution of the number of loaves of bread consumed by the Sekin family during this week is presented according to the days. When the siblings compared these graphs, the older sibling claimed that the younger sibling's graph was incorrect. Do you think the older sibling is justified in this claim? Explain your reasoning.	 The older sibling's graph The younger sibling's graph
2	Mehmet's mother prepared two types of cakes in two trays of equal size and divided the cakes into equal slices, as shown below. After finishing the slicing, Mehmet's mother: • gave 1 slice of the cake in the first tray to Mehmet, • gave 4 slices of the cake in the second tray to Ayşe. In which tray is there more cake left? Explain your reasoning.	 The first tray The second tray
3	Second grade student Oğuz stated, based on the chart drawn by his classmate Merve, that 6 students in the class like the saz instrument. Is Oğuz's answer correct? Why? Explain. If you think Oğuz's answer is incorrect, how would you explain the reason for this? What should the correct answer be? Explain.	
4a 4b	Teacher Hazal asked her students to write down on a paper which of the given shapes are triangles. The answers of Ömer and Ayşe are as follows. What can be said about the correctness or incorrectness of Ömer's and Ayşe's answers? Why? In your opinion, which shapes are triangles? Indicate them by their numbers. Why? Explain.	 Ömer's answer: 2-4-5 Ayşe's answer: 1-3-4-5
5	In the adjacent grid composed of unit squares, the gray-colored Shape A represents Ahmet's play area, while Shape B represents his sibling's play area. Accordingly, which sibling has the larger play area? Explain how you made your decision.	
6	Furkan learned how to measure length with a ruler during his mathematics lesson at school and greatly enjoyed this topic. When he arrived home, he immediately picked up a ruler and began measuring the lengths of household objects. He measured the string in the picture as shown and stated that its length was 17 cm. What can be said about the length of the string? Do you think Furkan measured the string correctly? Explain your reasoning.	

Appendix 2.

Table 2. *Mathematical writing scoring rubric*

Item No	Scoring Criteria
1	**2 points:** States that the older sibling is correct and explains that the bread and the days are placed incorrectly on the graph. **1 point:** States that the older sibling is correct but provides insufficient justification. **0 points:** States that the older sibling is incorrect, or states that the older sibling is correct but gives an incorrect justification.
2	**2 points:** States that the same amount of cake remains in both trays and explains that four slices from the second tray are equal to one slice from the first tray. **1 point:** States that the same amount of cake remains in both trays but provides insufficient justification. **0 points:** States that more cake remains in one of the trays
3	**2 points:** States that Oğuz's answer is incorrect, gives the correct answer as 12 students, and explains that each star represents 2 students. **1 point:** States that Oğuz's answer is incorrect but provides incomplete/no justification, or gives the answer as one of 10–11–12. **0 points:** States that Oğuz's answer is correct, or states it is incorrect but provides an incorrect justification.
4a	**2 points:** States that Ömer's and Ayşe's answers are incorrect and explains the reason. **1 point:** States that Ömer's and Ayşe's answers are incorrect but provides incomplete justification, or states that Ömer's answer is correct while Ayşe's is incorrect. **0 points:** States that Ömer's and Ayşe's answers are correct, or states that Ayşe's answer is correct.
4b	**2 points:** States that shapes 1 – 4 – 5 are triangles and mentions the properties of a triangle. **1 point:** States that shapes 1 – 2 – 4 – 5 are triangles, explains by completing the 2nd shape, or does not mention the properties of a triangle. **0 points:** Does not identify the correct triangle shapes, or considers shapes 3 or 6 as triangles.
5	**2 points:** States that the areas of both shapes are equal and explains how they decided using correct reasoning. **1 point:** States that the areas of both shapes are equal but provides incomplete reasoning or no reasoning. **0 points:** Claims that one of the shapes is larger, or states that both areas are equal but gives incorrect reasoning.
6	**2 points:** States that Furkan measured incorrectly and explains that the reason is both the rope not being straight and not starting the measurement from zero on the ruler. **1 point:** States that Furkan measured incorrectly but mentions only one of the reasons. **0 points:** Claims that Furkan measured correctly or expresses the answer only with a number.

ADIYAMAN UNIVERSITY Journal of Educational Science

dergipark.org.tr/tr/pub/adyuebd Cilt 15, Sayı 2, Aralık 2025, Sayfa 868-911 ISSN: 2149-2727

İlkokul Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Açıklayıcı Matematiksel Yazma Becerileri * **

Fatih Nuri Sekin[1] Mustafa Aydoğmuş[2] Derya Can[3]

Makale Bilgisi

Anahtar Kelime
Açıklayıcı yazma
İlkokul dördüncü sınıf
Matematiksel senaryolar
Matematiksel yazma

Yükleme: 15.03.2025
Kabul: 25.08.2025
Yayın: 31.12.2025

Araştırma Makalesi

DOI: 10.17984/adyuebd.1658644

Özet

Matematik eğitiminde yazma etkinliklerinin kullanılması, süreç becerilerinin geliştirilmesi, anlamlı öğrenmelerin sağlanması ve yeni fikirlerin üretilmesi gibi birçok konuda etkilidir. Ancak yazmak çoğu zaman matematik dersi ile bağdaştırılmamaktadır. Yapılan araştırmalar, öğrencilerin matematiksel yazma becerilerinin geliştirilmesine yönelik uygulamaların sınırlı kaldığını göstermektedir. Bu bağlamda mevcut araştırma, ilkokul öğrencilerinin matematiksel yazma süreçlerine dair mevcut durumu ortaya koyarak, öğretimsel müdahalelere ışık tutmayı amaçlamaktadır. Betimsel tarama modelinin benimsendiği bu çalışmada, öğrencilerin açıklayıcı matematiksel yazma becerilerini değerlendirmeye yönelik altı sorudan oluşan bir veri toplama aracı geliştirilmiştir. Matematiksel yazma performansını değerlendirmek amacıyla hazırlanan sorular; kavramsal anlama, akıl yürütme, matematiksel dil kullanımı, öğrenci seviyesine uygunluk, açıklık, problem durumu niteliği ve ölçme-değerlendirme ilkeleri gibi ölçütler doğrultusunda oluşturulmuştur. Bu sorular daha sonra belirtilen ölçütlere uygunluk açısından değerlendirilmiştir. Öğrencilerin yazma çalışmalarını değerlendirmek için araştırmacılar tarafından geliştirilen dereceli puanlama anahtarından yararlanılmıştır. Her soru için ayrı puanlama anahtarı hazırlanmış olup yanıtlar açıklama ve doğruluğa göre 0, 1 ya da 2 puan üzerinden değerlendirilmiştir. Araştırmanın çalışma grubunu 2021-2022 eğitim-öğretim yılında Burdur İli merkez ilçesinde öğrenim görmekte olan iki farklı okuldan 95 ilkokul dördüncü sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Analiz sonuçları, öğrencilerin sahip oldukları doğru bilgileri ve kavramsal anlayışlarını yansıttığı gibi; bilgi eksikliklerini ve kavram yanılgılarını da açıkça ortaya koymaktadır. Bu çalışmanın, ilkokul öğrencilerinin yazılı matematiksel düşüncelerini ortaya koymalarına yönelik öğretimsel uygulamaların geliştirilmesine zemin oluşturacağı düşünülmektedir.

*Bu çalışma, TÜBİTAK 2209-A programı kapsamında desteklenmiştir. TÜBİTAK'a destekleri için teşekkür ederiz.
** Bu çalışma, 6. Uluslararası Başöğretmen Eğitim ve Yenilikçi Bilimler Kongresi'nde sözlü bildiri olarak sunulmuş ve özet kitapçığında özet olarak yayımlanmıştır.

Yazar[1] : Fatih Nuri Sekin, Yüksek Lisans Öğrencisi, Burdur Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, Türkiye, sekinfatihh@gmail.com
Yazar[2] : Mustafa Aydoğmuş, Yüksek Lisans Öğrencisi, Burdur Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, Türkiye, mustafaaudogmus@gmail.com
Sorumlu yazar[3] : Derya Can, Doç. Dr., Burdur Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, Türkiye, deryacakmak@mehmetakif.edu.tr

Sekin, F. N., Aydoğmuş, M. & Can, D. (2025). Explanatory mathematical writing skills of fourth-grade elementary students. *Adiyaman University Journal of Educational Sciences, 15*(2), 868-911.
.

Giriş

Matematiksel kavramların derinlemesine öğrenilmesinde iletişimin rolü, 1990'lardan bu yana Amerika Birleşik Devletleri'ndeki Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]) tarafından vurgulanmıştır. Bu bağlamda yazma, matematik öğretiminin vazgeçilmez bir parçası olarak görülmektedir. Bu yaklaşım, Ortak Temel Devlet Standartları Girişimi (Common Core State Standards Initiative [CCSSI]) ile daha da güçlenmiştir. Özellikle, matematik standartları içinde yer alan sekiz temel uygulamadan biri, öğrencilerden iki önemli beceri beklemektedir: matematiksel argümanlar geliştirme ve başkalarının matematiksel düşünme süreçlerini değerlendirebilme. Bu beceriler, muhakeme yeteneğini geliştirme, matematiksel düşüncelerini ifade etme, matematik dilini etkili kullanma gibi hedefleriyle öğrencilerin matematiksel anlayışlarını derinleştirmelerine odaklanmaktadır. Ancak matematik eğitiminde yazılı iletişim genellikle arka planda kalmakta (NCTM, 2000), bu nedenle öğrenciler, matematik dilini kullanarak fikirlerini hem sözlü hem de yazılı olarak ifade etmeleri konusunda eksiklikler yaşayabilmektedir (Cobb vd., 1993; Widjajanti, 2013).

Matematik dilinin yazılı kullanımı "matematiksel yazma" olarak ifade edilmekte olup alanyazında matematik "hakkında" yazmak ve matematik "içinde" yazmak olarak iki farklı tür (Bossé & Faulconer, 2008) olduğu ve bu ikisi arasındaki ayrımın yeterince vurgulanmadığı belirtilmektedir (Bossé & Faulconer, 2008; Cohen vd., 2015). Örneğin, bir öğrencinin matematikle ilgili duygularını günlüğüne yazması (Jurdak & Zein, 1998; Kostos & Shin, 2010; Yang, 2005) veya ünlü bir matematikçinin hayat hikâyesini anlatması (Parshall, 1999; Tayeh & Pokay, 2012), matematik "hakkında" yazma olarak değerlendirilmektedir. Ancak öğrencilerin, örneğin toplama ve çıkarma işlemleri arasındaki ilişkiyi açıklayarak yazmaları, doğrudan matematiğin özüyle ilgili olup matematiğin kendisini ele almaktadır (Casa vd., 2016; Cohen vd., 2015).

Matematiksel yazma, eğitimde çok yönlü katkı sağlayan etkili bir araçtır. Alanyazına göre, öğretmenlerin kavramsal anlayış ve hata türlerini belirlemesine; öğrencilerin ise düşüncelerini düzenleyip kavramlar arası ilişki kurarak derinlemesine anlam geliştirmesine yardımcı olur (Bicer vd., 2013; Colonnese vd., 2018; Cross, 2009; Thompson, 2010). Yazma süreci, öğrencilerin üst düzey düşünme, problem çözme ve üstbilişsel becerilerini destekleyerek matematiksel akıl yürütmelerini yapılandırmalarını sağlamaktadır (Pugalee, 1997, 2005). Graham vd. (2020) tarafından yapılan meta-analiz çalışması, içerik hakkında yazmanın öğrenmeyi anlamlı düzeyde desteklediğini göstermiştir. Ayrıca yazılı açıklamalar yoluyla matematiksel düşüncelerini ifade eden öğrencilerin, kavramsal anlamayı daha etkili biçimde gerçekleştirdiği belirlenmiştir (Colonnese, 2020; Hughes vd., 2019). Matematiksel yazma, öğrencilerin matematik dilini doğru ve yerinde kullanma becerilerini geliştirerek hem biçimsel hem de biçimsel olmayan matematiksel ifadeleri uygun biçimde kullanmalarını sağlamaktadır (Rubenstein, 2007). Öğretmenler açısından ise bu süreç, öğrencilerin düşünme biçimlerini gözlemleme ve öğretimi bireyselleştirme açısından önemli fırsatlar sunmaktadır (Brozo & Crain, 2018). Özellikle düşük akademik başarıya sahip öğrenciler için de yazmanın destekleyici etkisi olduğu ifade edilmektedir (Baxter vd., 2005). Çeşitli eğitim kademelerinde yapılan çalışmalar, yazmanın problem çözme, matematiksel dil gelişimi ve iletişim becerileri üzerindeki olumlu etkilerini ortaya koymuştur (Ikshan vd., 2020; Hauk & Isom, 2009; Steele, 2005). Son yıllarda, özel eğitim gereksinimi olan öğrencilerle yapılan araştırmalar da yazmanın öğrenmeyi desteklediğini göstermektedir (Kiuhara vd., 2020). Bununla birlikte küçük yaştaki öğrencilerin de yazma yoluyla matematiksel düşüncelerini ifade edebileceği çeşitli çalışmalarda vurgulanmıştır (Kosko & Zimmerman, 2017). Genel olarak alanyazın, matematiksel yazma etkinliklerinin problem çözme, üstbiliş, dil gelişimi ve akademik başarı üzerinde olumlu etkiler yarattığını tutarlı biçimde göstermektedir (Bangert-Drowns vd., 2004; Cohen vd., 2015; Graham vd., 2020).

Matematik eğitiminde yazmanın önemi kabul görmekle birlikte, bu alana yönelik yapılan araştırmaların sayısı sınırlıdır ve özellikle ilkokul düzeyine odaklanan çalışmaların sayısı oldukça azdır (Örneğin, Bossé & Faulconer, 2008; Cohen vd., 2015; Colonnese vd., 2024; Ergan, 2023; Kosko & Zimmerman, 2017; Sipka, 1990). Mevcut çalışmaların çoğu ilkokul yerine daha üst eğitim kademelerine odaklanmaktadır (Örneğin, Hauk & Isom, 2009; Johanning, 2000; Pugalee, 2004; Santos & Semana, 2015). Özellikle ilkokul düzeyinde yazma biçimlerine dair önemli tanımlamalar yapılmış olmasına rağmen (Adu-Gyamfi vd., 2010; Casa vd., 2016; Rothstein vd., 2007; Uğurel vd., 2009; Vivaldi, 2014), öğrenciler tarafından yazılan metinlerin analizini içeren çalışmalar görece daha azdır (Bossé & Faulconer, 2008; Kosko & Zimmerman, 2017; Morgan, 1998; Teledahl vd., 2022). Öğretmenler

matematiksel yazmanın avantajlarının ve yazmanın matematiksel bilgiyi nasıl geliştirebileceğinin ve derinleştirebileceğinin farkında olmalarına rağmen matematiksel yazma günümüzde yaygın bir uygulama değildir (Altieri, 2010; Cohen vd., 2015; Pugalee, 2004). Bu durum, ilköğretim düzeyinde önemli bir araştırma boşluğuna işaret etmektedir. Ayrıca matematik eğitiminde "yazma" kavramının tanımı ve kapsamı konusunda da farklılıklar bulunmaktadır. Matematik sınıflarında yazma etkinlikleri farklı biçimlerde ve farklı amaçlarla uygulanmaktadır (Barwell, 2018; Burton & Morgan, 2000; Johanning, 2000; Pugalee, 2001; Sipka, 1990). Bu çeşitlilik faydalı olmakla birlikte, özellikle mantıksal düşünmeye dayalı açıklayıcı yazma çalışmalarına odaklanılması, öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlandırma sürecinde önemlidir (Cohen vd., 2015).

Matematiksel yazma türleri bağlamında dört temel yaklaşım öne çıkmaktadır (Casa vd., 2016, s. 4-19): keşfedici, bilgilendirici/açıklayıcı, tartışmacı ve matematiksel yaratıcı yazma. Keşfedici yazma, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini geliştirmeleri için güçlü bir araç olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu yaklaşımda öğrenciler, düşüncelerini özgürce ifade ederek matematiksel kavramları ve problemleri kendi düşünce süreçleri içinde anlamlandırırlar. Bilgilendirici/ açıklayıcı yazma, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini sistemli bir şekilde ifade etmelerini sağlayan ikinci önemli yazma türüdür. Bu süreçte formal matematiksel terminoloji ile kendi anlayışlarını yansıtan ifadeleri birlikte kullanma fırsatı bulurlar. Tartışmacı yazma, eleştirel düşünme ve mantıksal akıl yürütme becerilerini geliştiren üçüncü yazma türü olarak dikkat çeker. Bu yaklaşım, matematiksel argüman oluşturma ve başkalarının matematiksel düşüncelerini değerlendirme olmak üzere iki temel amaca hizmet eder. Son olarak matematiksel yaratıcı yazma, öğrencilerin standart çözümlerin ötesine geçmelerini sağlayan bir yazma türüdür. Bu yaklaşım, özgün matematiksel düşüncelerin geliştirilmesi, matematiksel düşüncede esneklik ve akıcılığın sağlanması ile matematiksel fikirlerin detaylandırılması süreçlerini kapsar. Öğrenciler bu süreçte kendi problemlerini oluşturarak farklı çözüm yolları geliştirir ve matematiksel yapıları keşfederler.

Bu çalışmada, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini yazılı biçimde ifade ettikleri açıklayıcı yazma türüne odaklanılmış ve bu yazıların öğrencilerin kavramsal anlayışlarını nasıl yansıttığının incelenmesi amaçlanmıştır. Açıklayıcı matematiksel yazma, öğrencilerin matematiksel süreçleri veya kavramları sistematik bir biçimde açıklamalarını gerektiren yazma türüdür. Bu yazma yaklaşımında öğrencilerden, ele aldıkları her kavram veya süreç için öncelikle mantıksal adımları ya da bileşenleri açıklamaları, ardından da bu açıklamalarına gerekçe sunmaları beklenmektedir (Casa vd., 2016; Santos & Semana, 2015). Açıklayıcı yazma süreci, öğrencilerin matematiksel kavramların yalnızca "ne" olduğunu değil, aynı zamanda "neden" öyle olduğunu da açıklamalarını gerektirir. Bu yazma türünün en belirgin özelliği, öğrencilerin matematiksel işlemlerin veya çözüm stratejilerinin arkasındaki mantığı ortaya koymalarıdır (Cohen vd., 2015; Hebert & Powell, 2016). Öğrenciler bu süreçte formal matematiksel terminoloji ile kendi anlayışlarını yansıtan ifadeleri birleştirme fırsatı bulurlar. Açıklayıcı yazma, ezberci öğrenmeden ziyade kavramsal anlamayı destekleyerek öğrencilerin matematiksel düşüncelerini organize etmelerine yardımcı olur (Cross, 2009; Pugalee, 2005). Alanyazında açıklayıcı yazmanın, öğrencilerin problem çözme süreçlerini netleştirdiği (Morgan, 2006), üstbilişsel farkındalığı geliştirdiği (Pugalee, 2001) ve kavramsal öğrenmeyi desteklediği (Graham vd., 2020) vurgulanmaktadır. Bu nedenle açıklayıcı yazma, matematik öğretiminde öğrenci merkezli yaklaşımların temel bileşenlerinden biri olarak kabul edilmektedir.

İlkokul düzeyindeki öğrencilerin matematiksel yazma becerilerinin incelenmesi, geliştirmeye yönelik uygulamaların tasarlanması ve bu konudaki araştırmaların artırılması açısından büyük önem taşımaktadır (Cohen vd., 2015; Powell vd., 2017; Simpson vd., 2004). Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ve akıl yürütme süreçlerini yazılı olarak ifade edebilmeleri, matematiksel kavramları daha iyi anlamalarına, düşünme süreçlerini sistemli hâle getirmelerine ve matematiksel iletişim becerilerini geliştirmelerine yardımcı olmaktadır (Johnson, 1983; NCTM, 2000). Ancak alanyazındaki araştırma bulguları, öğrencilerin matematiksel problem çözme süreçlerini yazılı olarak ifade etme ve gerekçelendirme konusunda önemli güçlükler yaşadıklarını göstermektedir (Evens & Houssart, 2004; Hebert vd., 2019; Martins & Martinho, 2024; Petersen vd., 2017). Öğrenciler matematiksel problemlere çözüm üretebilmekle birlikte, çözüme ulaşma sürecinde kullandıkları matematiksel düşünme ve akıl yürütme stratejilerini açıklamakta yetersiz kalmaktadırlar (Powell vd., 2017). Bu bağlamda, özellikle açıklayıcı matematiksel yazma türüne odaklanılmasının birkaç temel gerekçesi bulunmaktadır. İlk olarak açıklayıcı yazma öğrencilerin mevcut kavramsal anlayışlarını daha açık ortaya koyan yazma türüdür. Bu yazma türü, öğrencilerin matematiksel kavramların yalnızca ne olduğunu değil, neden öyle olduğunu da açıklamalarını sağladığı için; onların kavramsal bilgi düzeylerini, kavram yanılgılarını ve akıl yürütme süreçlerindeki eksiklikleri ortaya çıkarmada tercih edilmektedir (Cohen vd., 2015; Santos & Semana,

2015). İkinci olarak açıklayıcı yazma öğrencilerin matematik dilini kullanma becerilerini gözlemleme imkânı sunar. Bu yazma türünde öğrenciler formal matematiksel terminoloji ile günlük dili birleştirme durumunda kaldıkları için, öğrencilerin matematik dilindeki yeterlikleri ve eksiklikleri açık şekilde görülebilmektedir (Hebert & Powell, 2016; Rubenstein, 2007). Üçüncü olarak açıklayıcı yazma sürecinde öğrencilerin problem çözme stratejilerini sistematik olarak gerekçelendirme zorunlulukları, onların mevcut matematiksel akıl yürütme düzeylerini ve çözüm stratejilerine ilişkin anlayışlarını detaylı şekilde inceleme olanağı sağlamaktadır (Morgan, 2006; Pugalee, 2001). İlkokul düzeyinde açıklayıcı yazma becerilerinin mevcut durumunun belirlenmesi, bu yaş grubundaki öğrencilerin matematiksel iletişim yeteneklerinin hangi düzeyde olduğunu ortaya koyarak gelecekteki öğretimsel müdahalelere ve programa yönelik düzenlemelere temel oluşturmaktadır. Bu gerekçelerden hareketle, bu araştırmada "İlkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin açıklayıcı matematiksel yazma becerileri nasıldır? Araştırma sorusuna yanıt aranması hedeflenmiştir. Araştırmada, temel eğitimin ilk kademesini tamamlamak üzere olan öğrencilerin farklı öğrenme alanlarındaki matematik problemlerine yönelik çözümleri ile çözüm süreçlerindeki matematiksel gerekçelerini ve dayanaklarını ayrıntılı biçimde inceleyip betimlemek amaçlanmıştır.

Yöntem

Araştırmanın Deseni

Bu araştırmada, ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin açıklayıcı matematiksel yazma performanslarını incelemek amacıyla betimsel tarama modelinden yararlanılmıştır. Betimsel tarama modeli, var olan bir durumu olduğu şekliyle betimlemeyi amaçlayan araştırma yaklaşımıdır (Karasar, 2020). Bu model, belirli bir grubun özelliklerini sistematik olarak incelemeye ve mevcut durumu objektif şekilde ortaya koymaya olanak sağlar. Matematiksel yazma performansı gibi öğrenci becerilerinin mevcut durumunun belirlenmesi, betimsel tarama modeli ile etkili şekilde incelenebilir. Bu araştırmada, öğrencilerin farklı matematik öğrenme alanlarındaki (kesirler, geometri, ölçme, veri işleme) açıklayıcı matematiksel yazma performansları sistematik olarak analiz edilmiştir.

Çalışma Grubu

Bu araştırmanın çalışma grubunu Burdur ili merkez ilçesinde öğrenim görmekte olan 95 ilkokul dördüncü sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Katılımcılar orta sosyoekonomik düzeyde olan iki farklı ilkokuldan gönüllülük esasına göre kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi kullanılarak seçilmiştir. Kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi araştırma sürecini hızlandırarak pratiklik kazandırır. Çünkü bu yöntemde yakın ve ulaşılması kolay bir durum seçilir (Yıldırım & Şimşek, 2021). Çalışma grubunda 37 kız, 58 erkek öğrenci bulunmaktadır. Çalışma grubundaki kız öğrencilerin oranı %38,94, erkek öğrencilerin oranı %61,05'dir. Bu öğrencilerin Türkçe ve matematik derslerindeki başarıları bağlamında sınıf öğretmenlerinin verdiği puanların frekans dağılımı Tablo 1'de sunulmuştur. Öğrencilerin, Türkçe dersinde %83,15'i, matematik dersinde ise %76,83'ü öğretmen değerlendirmesine göre 4 ve 5 puan almıştır. Bu veriler matematiksel yazma sürecinde hem matematik hem de dil becerileri açısından öğrencilerin büyük çoğunluğunun öğretmen görüşlerine göre iyi düzeyde olduğunu göstermektedir. İlkokul dördüncü sınıf, temel eğitimin ilk kademesinin son basamağını oluşturmaktadır. Bu sınıf düzeyindeki öğrenciler, İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (MEB, 2018) tanımlanan öğrenme alanlarına ilişkin temel kavram ve becerileri edinmektedirler. Bu kritik dönemde öğrencilerin farklı matematiksel öğrenme alanlarında edindikleri kavramsal bilgilere dayalı olarak akıl yürütme süreçlerinin ve yazılı iletişim becerilerinin incelenmesi, onların matematiksel kavramları yapılandırma düzeylerini ve matematiksel terminolojiyi etkili kullanma yeterliklerini değerlendirmek açısından önemlidir.

Tablo 1. Çalışma grubundaki öğrencilerin öğretmen değerlendirmesine göre Türkçe ve Matematik puanları

Puan	Matematik		Türkçe	
	f	%	f	%
1	2	%2,10	1	%1,05
2	9	%9,47	3	%3,15
3	11	%11,57	12	%12,63
4	34	%35,78	33	%34,73
5	39	%41,05	46	%48,42

Veri Toplama Aracı

Bu çalışmada öğrencilerin açıklayıcı matematiksel yazma performanslarını ortaya çıkarmayı amaçlayan açık uçlu altı sorudan oluşan veri toplama aracı (Ek-1) kullanılmıştır. Veri toplama aracına ilişkin olarak ilk aşamada alanyazından ve öğretim programından yola çıkılarak araştırmacılar tarafından 50 soru hazırlanmıştır. Bu sorular 2018 Matematik Öğretim Programı ilkokul öğrenme alanları ve öğrenme alanlarının programdaki ağırlıkları dikkate alınarak tasarlanmıştır. Soruların öğrenme alanlarına göre dağılımı şu şekildedir: Sayılar ve işlemler öğrenme alanı 15, geometri öğrenme alanı 14, ölçme öğrenme alanı 10 ve veri işleme öğrenme alanı 11 sorudur. Veri toplama aracının kullanışlılığını sağlamak amacıyla, ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin yazma dayanıklılığı, dikkat süresi, soruların bir ders saati içinde tamamlanabilir olması ve yazma becerisini derinlemesine değerlendirmeye imkân tanıması gibi gerekçelerle formda kullanılacak soru sayısının 10'u geçmemesine karar verilmiştir. Matematiksel yazma performansını değerlendirmek için hazırlanacak soruların niteliğine karar verirken bazı kriterlerler göz önünde bulundurulmuştur. Buna göre hazırlanan ölçme aracındaki sorular, aşağıdaki ölçütlere uygunluğu dikkate alınarak incelenmiştir.

- Kavramsal anlamayı ölçebilme (öğrencilerin kavramsal anlama düzeylerini belirleme, kavramlar arası ilişkileri açıklamalarına ve matematiksel kavramları kendi ifadeleriyle tanımlamalarına olanak sağlama)
- Akıl yürütme sürecini yansıtabilme (öğrencilerin düşünme süreçlerini ve çözüm adımlarının gerekçelerini açıklamalarına, ayrıca farklı çözüm stratejilerini kullanıp açıklamalarına olanak sağlama)
- Matematiksel dil kullanımını teşvik etme (öğrencilerin matematiksel terminoloji, sembol ve notasyonları anlamlı ve doğru kullanmalarına olanak sağlama)
- Öğrenci seviyesine uygunluk (öğrencilerin bilişsel gelişim düzeyleriyle ve öğretim programındaki kazanımlarla uyumlu, aynı zamanda öğrencilerin ön bilgileriyle ilişkilendirilebilir nitelikte olma)
- Açıklık ve anlaşılırlık (açık ve net soru metinleri içeren, yazılı anlatım için yeterli yönlendirme sağlayan ve öğrencilerin yapması gerekenleri açıkça belirtme)
- Problem durumunun niteliği (günlük yaşamla ilişkilendirilebilen, üst düzey düşünme becerilerini harekete geçiren ve farklı temsil biçimlerinin (görsel, sembolik, sözel) kullanımına olanak tanıyan nitelikte olma)
- Ölçme-değerlendirme ilkeleri (geçerlik ve güvenirlik ilkelerine uygun, öğrenci performansını objektif olarak değerlendirebilen ve açık değerlendirme kriterleri belirlemeye olanak sağlayan nitelikte olma)

Yapılan detaylı incelemede ölçütlere uygun ve farklı öğrenme alanlarını temsil eden 9 sorunun ölçülmek istenilen kazanımı iyi bir temsil ettiğine karar verilmiştir. Bu 9 soru matematik eğitimi, ölçme-değerlendirme ve dil alanından uzmanların görüşüne sunulmuştur. Uzmanlardan belirlenen kriterler bağlamında her bir soruyu düşük, orta ve yüksek şeklinde değerlendirmeleri ve düzeltme önerilerini paylaşmaları istenmiştir. Uzmanların dönütü doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılarak taslak veri toplama aracı oluşturulmuştur. Taslak veri toplama aracı kullanılarak 50 öğrencinin katılımı ile pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmada 1, 6 ve 9 numaralı soruların öğrencilerin matematiksel yazma performansını ortaya çıkaramadığı, anlaşılırlık düzeyinin düşük olduğu ve kazanımı ölçme düzeyinin düşük olduğu tespit edilmiştir. Bunun sonucunda 6 soru ile asıl uygulama formu oluşturulmuştur. Veri toplama aracında bulunan 1, 2 ve 6. sorular araştırmacılar tarafından hazırlanmıştır. 3, 4 ve 5. sorularda ise çeşitli kaynaklardan yararlanılarak uyarlama yapılmıştır. 3. soruda Fırat ve Gürbüz (2019, s.235), 4.soruda Özmen ve Güven (2019, s.209) ve 5. soruda Cohen vd. (2015) referans alınmıştır. 2, 4 ve 6 numaralı soruların alt sınıf seviyelerindeki kazanımlarla da ilişkisi bulunmaktadır. Orale ve Uy'a (2018) göre matematik eğitiminde kullanılan sarmal yaklaşımdaki eksiklikler öğrencilerin önceki konularda derinleşmeden yeni konularla tanışmalarına neden olmaktadır. Bu durum sonraki konularda gerekli kavramsal bağları kuramamalarına sebep olabilmektedir. Dolayısıyla öğretim sürecinde konularla ilgili derinlemesine etkinlikler ve değerlendirmeler kullanılmalıdır (Bransford vd., 2000). Soruların öğrenme alanları ve kazanımlarla eşleştirmesi Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2. Soru - öğrenme alanı - kazanım eşleştirmesi

Soru no	Öğrenme Alanı	Kazanımlar
1	Veri İşleme	M.4.4.1.1. Sütun grafiğini inceler, grafik üzerinde yorum ve tahminler yapar. M.4.4.1.4. Sütun grafiği, tablo ve diğer grafiklerle gösterilen bilgileri kullanarak günlük hayatla ilgili problemler çözer.
2	Sayılar ve İşlemler	M.4.1.6.4. Paydaları eşit olan en çok üç kesri karşılaştırır M.3.1.6.3. Pay ve payda arasındaki ilişkiyi açıklar.
3	Veri İşleme	M.4.4.1.4. Sütun grafiği, tablo ve diğer grafiklerle gösterilen bilgileri kullanarak günlük hayatla ilgili problemler çözer.
4	Geometri	M.4.2.1.2. Kare ve dikdörtgenin kenar özelliklerini belirler. M.3.2.1.4. Şekillerin kenar sayılarına göre isimlendirildiklerini fark eder. M.2.2.1.1. Geometrik şekilleri kenar ve köşe sayılarına göre sınıflandırır.
5	Ölçme	M.4.3.3.1. Şekillerin alanlarının, bu alanı kaplayan birim karelerin sayısı olduğunu belirler. M.4.3.3.2. Kare ve dikdörtgenin alanını toplama ve çarpma işlemleri ile ilişkilendirir.
6	Ölçme	M.3.3.1.5. Metre ve santimetre birimlerinin kullanıldığı problemleri çözer. M.2.3.1.6. Uzunluk ölçme birimi kullanılan problemleri çözer.

Veri Toplama Süreci

Asıl uygulama, öğrencilerin ilgili konuları öğretim programına uygun olarak tamamladıkları 2021-2022 eğitim-öğretim yılının ikinci döneminde (Mart-Nisan 2022) gerçekleştirilmiştir. Veri toplama aracındaki sorular, öğrencilerin dördüncü sınıf müfredatına göre kesirler, geometri, ölçme ve veri işleme konularını işledikten sonra uygulanmıştır. Uygulama öncesinde sınıf öğretmenleriyle görüşülerek öğrencilerin ilgili kazanımları tamamladıkları teyit edilmiştir. Asıl uygulama için Burdur il merkezindeki 2 ilkokuldan, dördüncü sınıf düzeyinde 4 farklı sınıf seçilmiştir. Seçilen bu okulların içerisinde pilot çalışmanın yapıldığı okulun olmamasına dikkat edilmiştir. Çalışma grubunu toplam 95 ilkokul dördüncü sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Asıl uygulama esnasında öğrencilere açıklayıcı yazmanın ne olduğundan bahsedilmiş ve veri toplama aracı tanıtılmıştır. Asıl uygulama aşamasında araştırmacılar uygulama sınıflarında gözlemci olarak bulunmuşlardır. Veri toplama aracında bulunan bu sorular öğrencilere bir ders saati (40 dakika) zaman verilerek uygulanmıştır. Uygulamalara katılan öğrencilere, öğretmenlere, okul yöneticilerine ve ailelere çalışma hakkında gerekli bilgiler verilmiş ve izinler alınmıştır. Ayrıca öğrenciler araştırma sonucunda elde edilen verilerin okul başarılarını etkilemeyeceği konusunda bilgilendirilmiştir.

Verilerin Analizi

Veri analiz sürecinin ilk aşaması, soruların değerlendirilmesinde kullanılacak olan dereceli puanlama anahtarının geliştirilme sürecidir. Bunun için hazırlanan 9 soru ile pilot çalışma yapılarak ilk veriler elde edilmiştir. Pilot çalışmadan elde edilen veriler öğrenci cevaplarının niteliğine göre üç kategori altında sınıflandırılmıştır. Öğrenci cevaplarının niteliği, öğrencilerin matematiksel yazma performansları bağlamında değerlendirilmiştir. Yapılan analiz sonucunda kategoriler dereceli olarak puanlanmıştır. Her soru için ayrı matematiksel puanlama anahtarı (Ek-2) oluşturulmuştur. Genel anlamda, açıklaması ve cevabı doğru olan yanıtlara 2 puan, cevabı doğru ancak açıklaması yetersiz olan yanıtlara 1 puan, cevabı ve açıklaması yanlış veya cevabı doğru açıklaması tamamen yanlış olan yanıtlara 0 puan verilmiştir. Cohen vd. (2015) tarafından geliştirilen holistik rubrik anlayışına dayalı bu yapıda soyut ve geçerli akıl yürütme ile geçerli argümanlar oluşturma ya da başkalarının akıl yürütmelerini eleştirme gibi boyutlar dikkate alınarak öğrencilerin akıl yürütmeye dair yazılarının kalitesi yetersizden gelişmişe doğru puanlanmıştır.

Verilerin analiz sürecinin ikinci aşaması ise asıl uygulama sonucunda elde edilen öğrenci cevaplarının değerlendirme sürecidir. Bu aşamada pilot çalışma sonucunda oluşturulmuş matematiksel yazma dereceli puanlama anahtarı kullanılmıştır. Araştırmaya katılan öğrenciler Ö1, Ö2, Ö3…Ö95 şeklinde kodlanmıştır. İki farklı araştırmacı, öğrenci cevaplarını birbirinden bağımsız olarak "matematiksel yazma dereceli puanlama anahtarına" göre puanlamıştır. Görüş ayrılığı bulunan puanlamalar üç araştırmacı tarafından tartışılarak görüş birliğine varılmıştır. Elde edilen veri setinin analizi sorulardan alınan toplam puanların frekans dağılımına göre yapılmıştır.

Geçerlik ve Güvenirlik

Geçerlik, ölçme aracının ölçülecek durumu ölçebilme yeterliliği ve ölçülecek şeyin yeterli düzeyde ölçülebilmiş olmasıdır (Maxwell, 2012). Araştırma sonuçlarının gerçek dünyayı doğru bir şekilde temsil edebilmesi için verilerin uygun bir şekilde toplanması ve yorumlanması gerekmektedir (Yin, 2011). Bu çalışmanın geçerliğini sağlamak için de konuyla ilgili literatür taraması yapılmış, uzman görüşü alınmış, pilot çalışma yapılmış ve inanırlılığı sağlamak için öğrenci cevapları doğrudan alıntılar yoluyla sunulmuştur.

Güvenirlik araştırma verilerinin yeniden tekrarlanabilme düzeyidir (Denzin & Lincoln, 2011; Merriam, 2023). Bu çalışmada güvenirliği sağlamak amacıyla puanlayıcılar arası güvenirlik kullanılmıştır. Puanlayıcılar arası güvenirlik, aynı özelliği değerlendiren iki veya daha fazla bağımsız puanlayıcının bulunduğu durumlarda elde edilen sonuçlar arasındaki uyumu ifade eden yöntemdir (Stemler, 2019; Viera & Garret, 2005). Öğrenci cevapları, dereceli puanlama anahtarına göre iki farklı araştırmacı tarafından ayrı ayrı puanlanmıştır. Yapılan puanlamalar karşılaştırılmış ve puanlayıcılar arasındaki uyum %96,30 olarak hesaplanmıştır. Daha sonra bu iki farklı puanlama karşılaştırılmış ve görüş ayrılıkları not edilmiştir. Devamında konu hakkında tartışılıp gerekçelere dayandırılarak puanlama ortak bir noktada birleştirilmiştir. Ayrıca bu çalışmanın güvenirliğini sağlamak için araştırmacıların rolü açık bir şekilde ifade edilmiştir. Çalışma grubu, araştırma süreci, veri toplama aracı ve veri analizi ayrıntılı bir şekilde tanımlanmıştır.

Etik Bildirim

Etik Kurul İzin Bilgisi: Bu araştırma, Burdur Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Sosyal ve Beşeri Bilimler kurulunun 02/03/2022 tarihli GO2022/535 sayılı kararı ile alınan izinle yürütülmüştür.

Yazar Çıkar Çatışması Bilgisi: Yazarların beyan edeceği bir çıkar çatışması yoktur.

Yazar Katkısı: Yazar 1 (30%), Yazar 2 (30%), and Yazar3 (40%).

Bulgular

Bu bölümde araştırmadan elde edilen bulgulara yer verilmiştir. İlkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin matematiksel yazma performans düzeylerine ilişkin sonuçlar Tablo 3'de sunulmuştur. Öğrenci cevapları her bir performans düzeyine örnek olacak şekilde, öğrencilerin kodu ile birlikte belirtilmiştir.

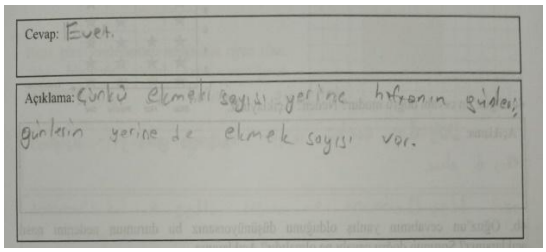
Tablo 3. Bütün sorulara göre ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin matematiksel yazma becerileri ve sınıflandırılması

Soru No	Matematiksel Yazma Performans Düzeylerine Göre Öğrenci Oranları					
	0		1		2	
	f	%	f	%	f	%
1	74	77,89	12	12,63	9	9,47
2	48	50,52	13	13,68	34	35,78
3	31	32,63	47	49,47	17	17,89
4a	40	42,10	43	45,26	12	12,63
4b	49	51,57	26	27,36	20	21,05
5	45	47,36	13	13,68	37	38,94
6	38	39,99	48	50,52	9	9,47

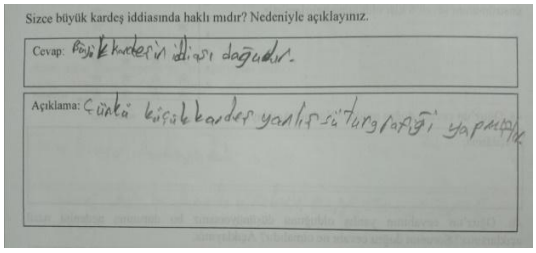
Tablo 3 incelendiğinde öğrencilerin matematiksel yazma performans düzeylerinin Soru 1, Soru 2, Soru 4b ve Soru 5 de en çok 0 puan kategorisinde yoğunlaştığı görülmektedir. Öğrencilerin matematiksel yazma performans düzeyleri Soru 3, Soru 4a ve Soru 6 da ise en çok 1 puan kategorisinde yoğunlaşmaktadır. Hiçbir

soruda 2 puan kategorisindeki oranın en yüksek seviyede olmadığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin matematiksel yazma performans düzeylerinde 2 puan oranının en yüksek olduğu sorular ise; %38,94 ile Soru 5 ve %35,78 ile Soru 2'dir.

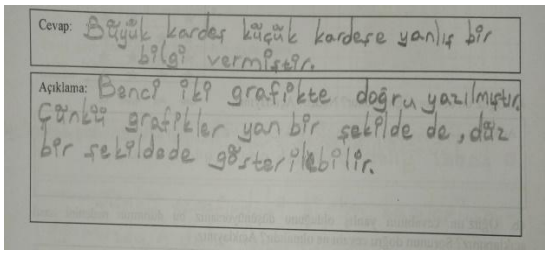
Veri toplama aracında bulunan 1. soruda öğrencilerden verilen grafiği doğru okuyabilmeleri ve okudukları bu grafikteki eksenleri doğru bir şekilde isimlendirebilmeleri beklenmiştir. Öğrencilerin %9,47'si 2 puan, %12,63'ü 1 puan almıştır. Ayrıca 1 puan ve 2 puan alan öğrencilerin oranı yani soru 1'den puan alabilen öğrencilerin toplam oranı %22,10 olarak tespit edilmiştir. Öğrencilerin %77,89'u ise 0 puan almıştır. Bu kategorilere örnek öğrenci cevapları kanıt olarak aşağıda sunulmuştur.



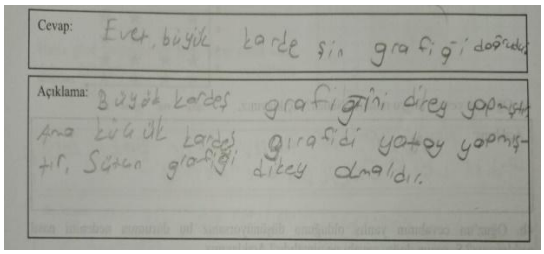
2 puan alan örnek cevap (Ö69)



1 puan alan örnek cevap (Ö42)



0 puan alan örnek cevap (Ö22)

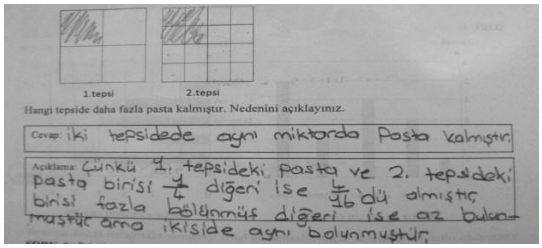


0 puan alan örnek cevap (Ö78)

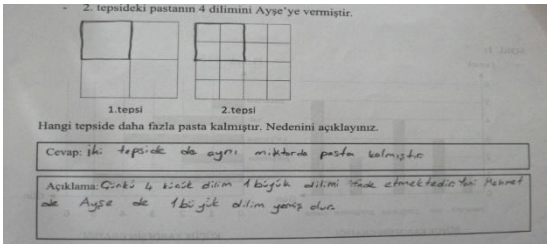
Şekil 1. Birinci soru için örnek cevaplar

Şekil 1'de yer alan Ö69 kodlu öğrencinin yanıtı dereceli puanlama anahtarındaki kriterler doğrultusunda 2 puan kategorisine alınmıştır. Ö69 küçük kardeşin yaptığı hatayı; ekmek eksen isimlendirmesinin olduğu bölüme günlerin, gün eksen isimlendirmesinin olduğu bölüme ekmek sayılarının yazıldığını ifade ederek belirtmiştir. Ö42'nin yanıtı ise dereceli puanlama anahtarındaki kriterler doğrultusunda 1 puan kategorisine alınmıştır. Ö42 büyük kardeşin haklı olduğunu ve küçük kardeşin grafiğinin yanlış olduğunu belirtmekle yetinmiştir. Grafikteki hatanın ne olduğunu belirtmemiştir. Ö22 ve Ö78 kodlu öğrenci yanıtları da dereceli puanlama anahtarındaki kriterler doğrultusunda 0 puan kategorisine alınmıştır. Ö22 grafiklerin hem yatay düzlemde hem de dikey düzlemde olabileceğini söylemiştir. Bu cevap matematiksel bilgi olarak doğrudur ancak soru 1 için geçerli bir cevap değildir. Ayrıca öğrenci büyük kardeşin haksız olduğunu savunmuştur. Ö78 ise büyük kardeşin grafiğinin doğru olduğu, küçük kardeşin grafiğinin yanlış olduğu yönünde yorum yapmıştır. Dolaylı yoldan büyük kardeşin haklı olduğunu savunmuştur. Ancak gerekçelendirmesinde yatay sütun grafiğinin olamayacağını ve sütun grafiklerinin dikey eksende olması gerektiğini söyleyerek yanlış gerekçelendirme yapmıştır. Bu yanlış gerekçelendirme, öğrencinin cevabı doğru olsa da açıklamasının tamamen yanlış olmasıyla beraber yanlış öğrenmeler gerçekleştirdiğini ortaya koymaktadır.

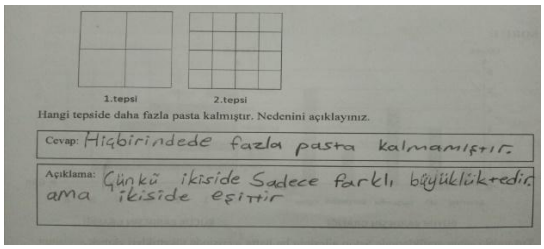
Veri toplama aracında bulunan 2. soru denk kesir bilgisi ve modelleyebilme becerisi gerektirmektedir. Öğrencilerin %35,78'i 2 puan, %13,68'i 1 puan almıştır. Ayrıca 1 puan ve 2 puan alan öğrencilerin oranı yani soru 2'den puan alabilen öğrencilerin toplam oranı %49,46 olarak tespit edilmiştir. Öğrencilerin %50,52'si ise 0 puan almıştır. Bu kategorilere örnek öğrenci cevapları kanıt olarak aşağıda sunulmuştur.



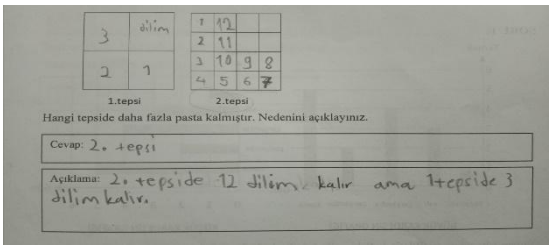
2 puan alan örnek cevap (Ö10)



2 puan alan örnek cevap (Ö33)



1 puan alan örnek cevap (Ö48)

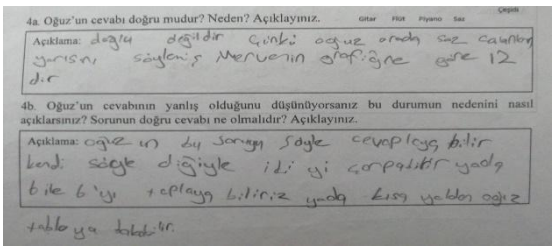


0 puan alan örnek cevap (Ö8)

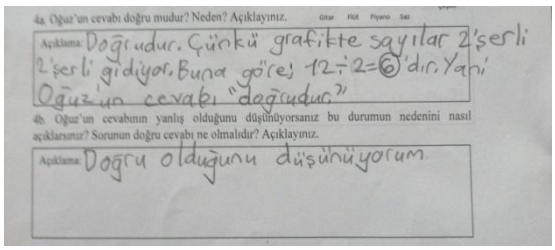
Şekil 2. İkinci soru için örnek cevaplar

Şekil 2'de yer alan Ö10 ve Ö33 kodlu öğrenci yanıtları dereceli puanlama anahtarındaki kriterler doğrultusunda 2 puan kategorisine alınmıştır. Ö10, 1/4 ile 4/16 kesirlerinin denkliğinin farkındadır ve şekilde alanları tarayarak bu durumu görsel olarak da ifade etmiştir. Ö33 de probleme benzer bir yönden bakarak dört küçük dilimin bir büyük dilime eşit olduğunu belirtirken Mehmet ve Ayşe'nin birer büyük dilim yediğini söylemiştir. Ö48'in yanıtı ise dereceli puanlama anahtarındaki kriterler doğrultusunda 1 puan kategorisine alınmıştır. Ö48 dilimlerin büyüklüğünün farklı olduğunu söylemiştir ancak ikinci tepsideki dört dilimin birinci tepsideki bir dilime eşit olduğunu belirtmemiştir. Ö8'in yanıtı da dereceli puanlama anahtarındaki kriterler doğrultusunda 0 puan kategorisine alınmıştır. Ö8 dilim sayısına odaklanarak ikinci tepside daha fazla pasta kaldığını söylemiştir.

Veri toplama aracında bulunan 3. soruda öğrencilerden verilen grafiği doğru okuyabilmeleri ve grafikteki şekillerin ifade ettiği değerleri belirleyebilmeleri beklenmiştir. Öğrencilerin %17,89'u 2 puan, %49,47'si 1 puan almıştır. Ayrıca 1 puan ve 2 puan alan öğrencilerin oranı yani soru 3'den puan alabilen öğrencilerin toplam oranı %67,36 olarak tespit edilmiştir. Öğrencilerin %32,63'ü ise 0 puan almıştır. Bu kategorilere örnek öğrenci cevapları kanıt olarak aşağıda sunulmuştur.

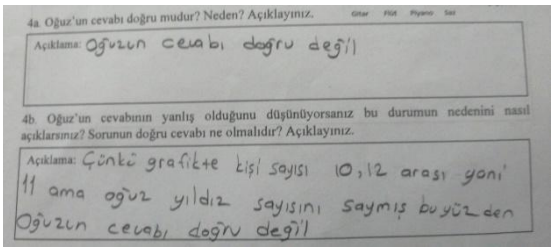


2 puan alan örnek cevap (Ö49)

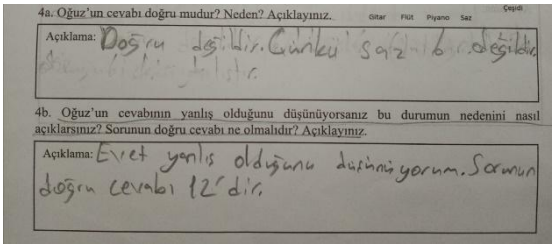


1 puan alan örnek cevap (Ö56)

Şekil 3.a Üçüncü soru için örnek cevaplar



1 puan alan örnek cevap (Ö79)

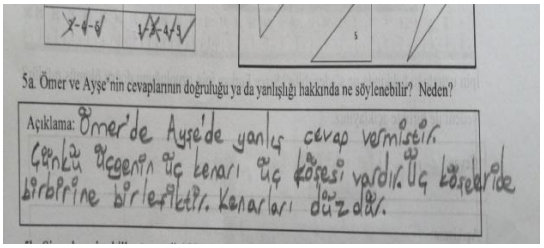


0 puan alan örnek cevap (Ö13)

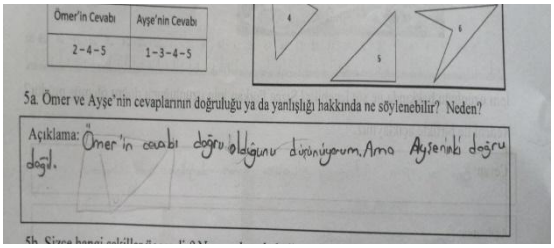
Şekil 3.b Üçüncü soru için örnek cevaplar

Şekil 3'de yer alan Ö49 kodlu öğrencinin yanıtı dereceli puanlama anahtarındaki kriterler doğrultusunda 2 puan kategorisine alınmıştır. Ö49 Oğuz'un cevabının yanlış olduğunu belirtip Oğuz'un soruyu doğru cevaplayabilmesi için neler yapması gerektiğini birden fazla yol ile açıklamıştır. Böylece farklı çözüm yollarını değerlendirebildiği görülmektedir. Ö56 ve Ö79 kodlu öğrenci yanıtları ise dereceli puanlama anahtarındaki kriterler doğrultusunda 1 puan kategorisine alınmıştır. Ö56 sadece doğru cevabı vermekle yetinmiştir ve eksik gerekçelendirme yapmıştır. Ö79 da grafiği dikey eksendeki sayılara göre okuyarak cevabın "10-12 arası bir sayı, yani 11 olması gerektiğini" belirtmiştir. Öğrenci, şekillerin değerinin ikişer ikişer arttığına dikkat etmediği için bu yorumu yapmıştır. Ö13'ün yanıtı ise dereceli puanlama anahtarındaki kriterler doğrultusunda 0 puan kategorisine alınmıştır. Ö13 Oğuz'un cevabının doğru olduğunu yazmıştır. Öğrenci grafikteki şekillerin her birinin değerinin iki olduğunun farkındayken 12/2=6 işlemiyle Oğuz'un cevabının doğru olduğu sonucuna ulaşmıştır.

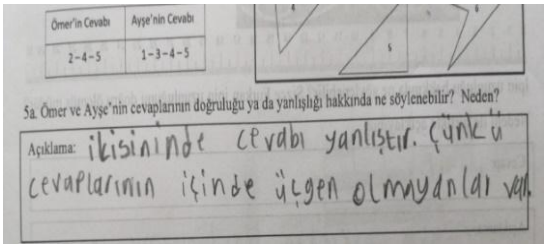
Veri toplama aracında bulunan 4. soruda öğrencilerden verilen geometrik şekilleri tanıyabilmeleri ve bu şekillerin belirleyici özelliklerini ifade edebilmeleri beklenmiştir. Bu sorunun değerlendirmesi "a" ve "b" seçeneği olarak ikiye ayrılmıştır. Her seçenek için ayrı dereceli puanlama anahtarı oluşturulmuştur. Soru 4a için öğrencilerin %12,63'ü 2 puan, %45,26'sı 1 puan almıştır. Öğrencilerin %42,10'u ise 0 puan almıştır. Bu kategorilere örnek öğrenci cevapları kanıt olarak aşağıda sunulmuştur.



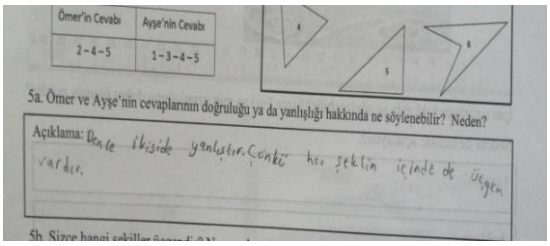
2 puan alan örnek cevap (Ö22)



1 puan alan örnek cevap (Ö11)



1 puan alan örnek cevap (Ö32)



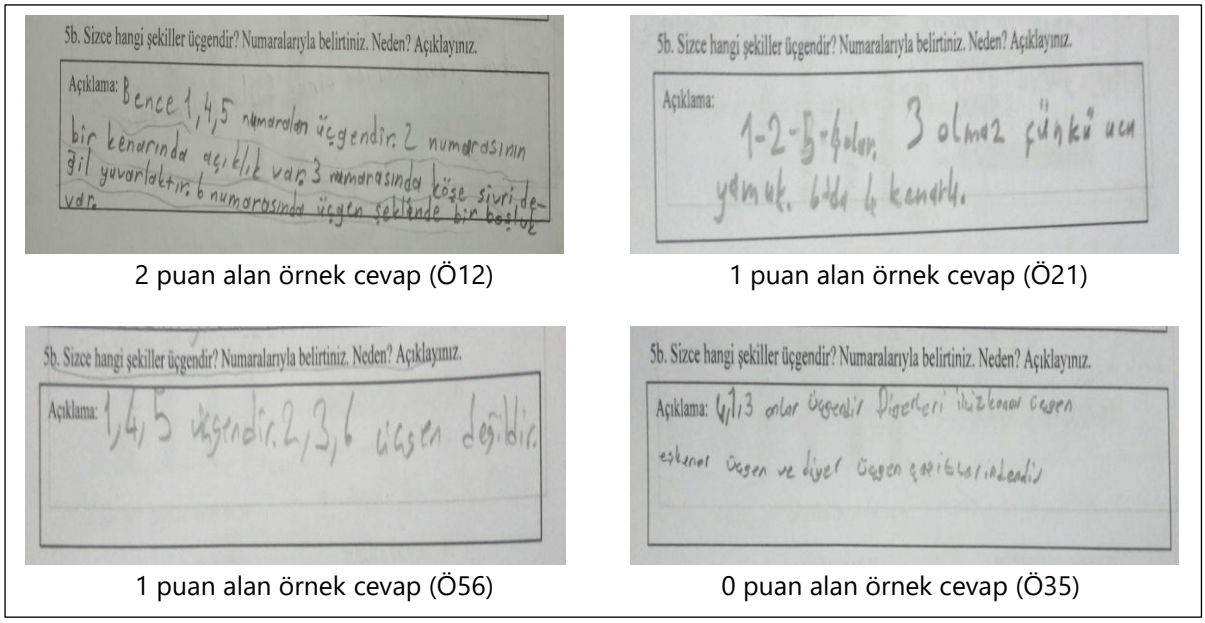
0 puan alan örnek cevap (Ö45)

Şekil 4. Dördüncü sorunun "a" bölümü için örnek cevaplar

Şekil 4'de yer alan Ö22 kodlu öğrencinin yanıtı dereceli puanlama anahtarındaki kriterler doğrultusunda 2 puan kategorisine alınmıştır. Ö22 Ömer ve Ayşe'nin yanlış cevap verdiğini belirterek bir üçgenin üç kenarı ve üç köşesi olması gerektiği ayrıca bu üç köşenin birbirine birleşik olması koşulunu yazmıştır. Bunun dışında şekillerin üçgen olabilmesi için şeklin kenarlarının düz olması gerektiğini bilmektedir. Ö11 ve Ö32 kodlu öğrenci yanıtları dereceli puanlama anahtarındaki kriterler doğrultusunda 1 puan kategorisine alınmıştır. Ö11 Ömer'in cevabının doğru olduğunu, Ayşe'nin cevabının ise yanlış olduğunu söylemiştir. Dereceli puanlama anahtarına göre bu

yöndeki öğrenci yanıtları 1 puan kategorisine girmektedir. Bu kategorideki öğrenciler sorudaki iki numaralı şekli tamamlayarak üçgen kabul etmişlerdir. Ö32 ise Ömer ve Ayşe'nin cevaplarının yanlış olmasının sebebini içerisinde üçgen olmayanların olmasına bağlamış ancak yetersiz gerekçelendirme olan bir cevap vermiştir. Ö45'in yanıtı ise dereceli puanlama anahtarındaki kriterler doğrultusunda 0 puan kategorisine alınmıştır. Ö45 Ömer ve Ayşe'nin cevaplarının yanlış olduğunu yazsa da her şeklin içinde üçgen vardır diyerek doğru cevaba yanlış bir gerekçe sunmuştur.

Soru 4b için öğrencilerin %21,05'i 2 puan, %27,36'sı 1 puan almıştır. Öğrencilerin %51,57'si ise 0 puan almıştır. Bu kategorilere örnek öğrenci cevapları kanıt olarak aşağıda sunulmuştur.



2 puan alan örnek cevap (Ö12)

1 puan alan örnek cevap (Ö21)

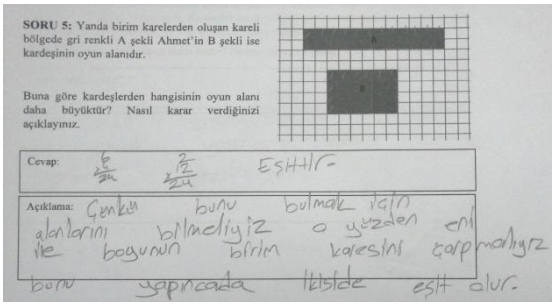
1 puan alan örnek cevap (Ö56)

0 puan alan örnek cevap (Ö35)

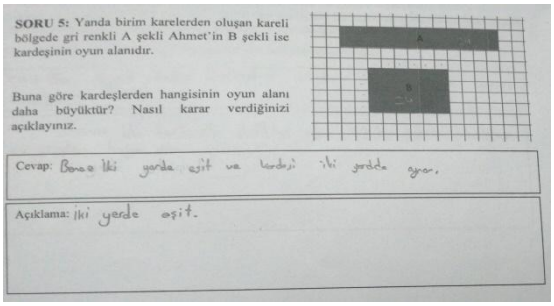
Şekil 5. Dördüncü sorunun "b" bölümü için örnek cevaplar

Şekil 5'de yer alan Ö12 kodlu öğrencinin yanıtı dereceli puanlama anahtarındaki kriterler doğrultusunda 2 puan kategorisine alınmıştır. Ö12 bir, dört ve beş numaralı şekillerin üçgen olduğunu yazmış ve diğer şekillerin üçgen olmamasının sebeplerini açıklamıştır. Ona göre iki numaralı şeklin üçgen olmamasının sebebi bir kenarında açıklık bulunmasıdır. Üç numaralı şekilde bir köşenin sivri değil yuvarlak olduğunu belirtmiştir. Altı numarada ise üçgen bir şekilde boşluk olduğunu söylemiştir. Ö21 ve Ö56 kodlu öğrenci yanıtları ise dereceli puanlama anahtarındaki kriterler doğrultusunda 1 puan kategorisine alınmıştır. Ö21 iki numaralı şekli üçgen olarak kabul etmiştir. Bir, iki, dört ve beş numaralı şekillerin üçgen olduğunu belirtirken üçün ucunun yamuk olduğu için, altının da dört kenarlı olmasından dolayı üçgen olmadıklarını yazmıştır. Öğrenci cevabına gerekçelendirme yapsa da iki numaralı şekli üçgen olarak kabul ettiği için dereceli puanlama anahtarı doğrultusunda 1 puan kategorisine alınmıştır. Ö56 da cevabında üçgen olanları ve olmayanları doğru belirtse de gerekçelendirme yapmamıştır. Ö35'in yanıtı ise dereceli puanlama anahtarındaki kriterler doğrultusunda 0 puan kategorisine alınmıştır. Ö35, 1-3-4 numaralı şekilleri üçgen olarak kabul etmiştir. Diğerlerinin üçgen olmama gerekçesini ise ikizkenar, eşitkenar ve diğer üçgen çeşitlerinden olmasına bağlayarak yanlış cevaba yanlış bir gerekçelendirme sunmuştur.

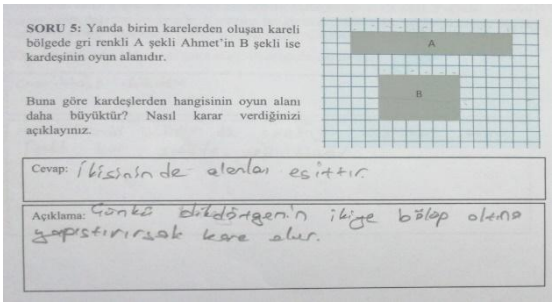
Veri toplama aracında bulunan 5. soruda öğrencilerden alan ölçme bilgilerine sahip olup, bunları açıklarken alan korunumunun farkında olmaları beklenmiştir. Öğrencilerin %38,94'ü 2 puan, %13,68'i 1 puan almıştır. Öğrencilerin %47,36'sı ise 0 puan almıştır. Bu kategorilere örnek öğrenci cevapları kanıt olarak aşağıda sunulmuştur.



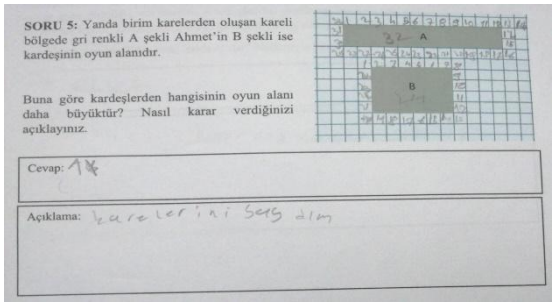
2 puan alan örnek cevap (Ö26)



1 puan alan örnek cevap (Ö11)



0 puan alan örnek cevap (Ö54)

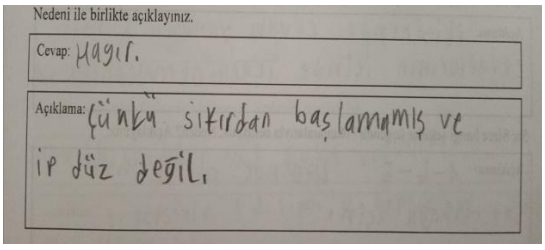


0 puan alan örnek cevap (Ö64)

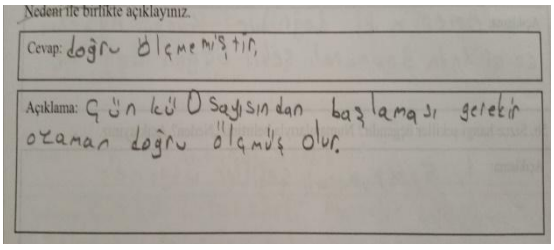
Şekil 6. Beşinci soru için örnek cevaplar

Şekil 6'da yer alan Ö26 kodlu öğrencinin yanıtı dereceli puanlama anahtarındaki kriterler doğrultusunda 2 puan kategorisine alınmıştır. Ö26 iki oyun alanının da eşit olduğunu belirtirken bu sonuca ulaşmak için şekillerin en ve boy uzunluklarını çarptıklarını ifade etmiştir. Ö11'in yanıtı ise dereceli puanlama anahtarındaki kriterler doğrultusunda 1 puan kategorisine alınmıştır. Ö11 iki şeklin alanının eşit olduğunu söylemiş ve şekillerin üzerine 24 yazmıştır ancak hiçbir açıklamada bulunmamıştır yani gerekçelendirme yapmamıştır. Ö54 ve Ö64 kodlu öğrenci yanıtları da dereceli puanlama anahtarındaki kriterler doğrultusunda 0 puan kategorisine alınmıştır. Ö54 iki oyun alanının da eşit olduğunu söyleyerek doğru bir cevap vermiştir fakat yaptığı açıklamada yanlış bir gerekçelendirme sunmuştur. Öğrenci açıklamasında dikdörtgeni ikiye bölüp altına yapıştırırsak kare olur demiştir. Buna benzer cevaplar daha önce 2 puan kategorisine alınmıştır ancak bu öğrenci oluşan son şeklin kare olduğunu yazmıştır. Oluşan son şekil kare değil, bir dikdörtgendir. Ö64 ise A oyun alanının daha büyük olduğunu söylemiştir. Gerekçe olarak da kareleri saydığını yazmıştır. Öğrenci bu hesaplamasında alanı değil şekillerin çevrelerini hesaplamaya çalışmıştır ancak onu da doğru hesaplayamamıştır.

Veri toplama aracında bulunan 6. soruda öğrencilerden uzunluk ölçme kurallarını bilmeleri ayrıca ölçme yaparken başlangıç noktasının ve doğrusallığın gerekliliğinin farkında olmaları beklenmiştir. Öğrencilerin %9,47'si 2 puan, %50,52'si 1 puan almıştır. Öğrencilerin %39,99'u ise 0 puan almıştır. Bu kategorilere örnek öğrenci cevapları kanıt olarak aşağıda sunulmuştur.

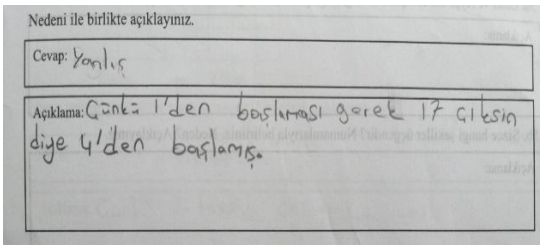


2 puan alan örnek cevap (Ö32)

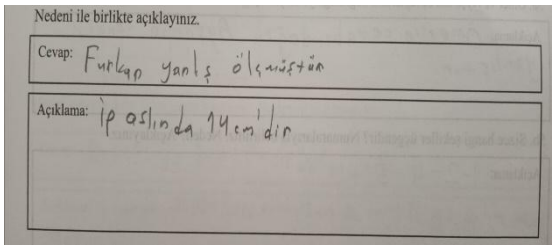


1 puan alan örnek cevap (Ö65)

Şekil 7.a Altıncı soru için örnek cevaplar



0 puan alan örnek cevap (Ö46)



0 puan alan örnek cevap (Ö76)

Şekil 7.b Altıncı soru için örnek cevaplar

Şekil 7'de yer alan Ö32 kodlu öğrencinin yanıtı dereceli puanlama anahtarındaki kriterler doğrultusunda 2 puan kategorisine alınmıştır. Ö32 iki puan kategorisine alınan diğer öğrencilerle benzer cevabı verirken açıklamasında Furkan sıfırdan başlamamış ve ip düz değil demiştir. Ö65'in yanıtı ise dereceli puanlama anahtarındaki kriterler doğrultusunda 1 puan kategorisine alınmıştır. Ö65 Furkan'ın yanlış ölçüm yaptığını söylerken bunu ölçmeye 0 sayısından başlamamasına bağlamıştır. Bu ve buna benzer cevaplarla doğru ölçümün iki koşulundan sadece birini belirten öğrenciler bu kategoride değerlendirilmiştir. Ö46 ve Ö76 kodlu öğrenci yanıtları da dereceli puanlama anahtarındaki kriterler doğrultusunda 0 puan kategorisine alınmıştır. Ö46 Furkan'ın yanlış bir ölçüm yaptığını ifade ederek doğru bir cevap verse de açıklamasında ipi ölçmeye 1cm de başlanması gerektiğini yazarak uzunluk ölçme kurallarını bilmediğini göstermiştir. Böylece öğrencilerin yanlış öğrenmeler gerçekleştirdiği ortaya çıkmaktadır.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu araştırmada "İlkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin açıklayıcı matematiksel yazma becerileri nasıldır?" sorusuna yanıt aranmıştır. Bulgulara göre tüm sorularda puan dağılımının mod değeri çoğunlukla 0 puan, ikinci sırada ise 1 puan olmuştur. 2 puan alan öğrenci oranı ise oldukça düşüktür. Matematiksel yazma performansı düşük olan 0 puan kategorisindeki öğrencilerin oranı %32 ile %77 arasında değişmiştir. Matematiksel yazma performansı yüksek olan 2 puan kategorisindeki öğrencilerin oranı ise %9 ile %39 arasında değişmiştir.Araştırmanın sonucunda ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin matematiksel yazma performanslarının, veri toplama aracındaki sorulardan alınan puanlara göre düşük olduğu ve geliştirilmesi gerektiği tespit edilmiştir. Bu bulgular, dördüncü sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde çözüm yollarını gerekçelendirme, kavramsal açıklamalar yapma ve matematiksel dili kullanma konusunda yetersizlik yaşadıklarını göstermektedir. Matematiksel yazma, öğrencilerin düşünme süreçlerini görünür kılma açısından önemli bir araç olduğundan, bu yetersizlikler aynı zamanda kavramsal anlayış düzeylerine, akıl yürütme stratejilerine ve iletişim becerilerine ilişkin önemli ipuçları sunmaktadır. Bu durum, öğrencilerin matematiksel bilgiye sahip olsalar bile bu bilgiyi yazılı olarak ifade etmekte zorlandıklarını ortaya koymaktadır. Alanyazında yapılan diğer çalışmalarda da benzer sonuçlara ulaşıldığı görülmektedir. Erişen (2022) tarafından yapılan çalışmada ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin matematiksel okuryazarlık seviyelerinin düşük olduğu, Chasanah vd. (2020) tarafından yapılan çalışmada ilkokul öğrencilerinin yazılı matematiksel iletişim becerilerinin düşük olduğu, Evens ve Houssart (2004) tarafından yapılan çalışmada da öğrencilerin matematiği anladığı ancak yazılı açıklama yaparken yeterli açıklamalar yapamadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bu bulgular, öğrencilerin açıklayıcı matematiksel yazma becerilerinin geliştirilmesinin gerekliliğini ortaya koymakta ve bu alanda yapılacak öğretimsel müdahalelerin önemine işaret etmektedir.

Araştırma bulgularına göre, en yüksek matematiksel yazma performansı %38,94 oranıyla 5. soruda gözlemlenmiştir. Bu soru, "ölçme" öğrenme alanına ait olup, öğrencilerden bir alan ölçümüne ilişkin problemi açıklayıcı şekilde çözmeleri beklenmiştir. İkinci en yüksek başarı oranı ise %35,78 ile 2. soruda elde edilmiştir. Bu soru ise "kesirler" konusuna yönelik olarak yapılandırılmıştır. Her iki soruda da öğrencilerin 2 puan alma oranlarının diğer sorulara kıyasla daha yüksek olduğu dikkat çekmektedir. Bu durumun, söz konusu soruların içerdiği görsellerin doğrudan modellemeye olanak sağlamasıyla ilişkili olabileceği düşünülmektedir. Görsel destekli ve alana özgü modeller içeren bu tür sorular, öğrencilerin zihinsel temsiller oluşturmalarına yardımcı olarak, çözümlerini daha açık, sistematik ve gerekçeli biçimde ifade etmelerine olanak tanımış olabilir. Nitekim bu bulgu, matematiksel modellemenin problem çözme süreci ve kavramsal anlama üzerindeki olumlu etkilerini

vurgulayan literatürle de örtüşmektedir (Albayrak & Çiltaş, 2015; English & Watters, 2004; Eric, 2010; Riyanto & Putri, 2019). Bu bağlamda, özellikle dördüncü sınıf düzeyinde sunulan matematiksel modelleme fırsatlarının, öğrencilerin açıklayıcı matematiksel yazma performanslarını artırabileceği söylenebilir. Ancak, her iki soruda da dikkat çeken önemli bir diğer bulgu, 1 puan alan öğrenci oranlarının %13,68 gibi oldukça düşük bir seviyede olmasıdır. Bu bulgu, öğrencilerin soruya doğru bir çözüm üretmiş olsalar dahi, çözümlerini yeterli gerekçelerle yazılı olarak ifade etmede zorlandıklarını ortaya koymaktadır. Başka bir deyişle, öğrenciler sonuca ulaşmış ancak açıklayıcı yazma bileşenlerinden olan matematiksel gerekçelendirme ve ifade etme becerilerinde yetersizlik göstermiştir. Özellikle açıklayıcı matematiksel yazmada hedeflenen kavramsal açıklamalar, düşünme sürecinin yazılı olarak sunumu ve matematiksel dilin doğru kullanımı gibi unsurların eksikliği bu durumun temel nedenleri arasında değerlendirilebilir. Bu bulgular, Olkun ve arkadaşlarının (2009) 3, 4 ve 5. sınıf öğrencileriyle yürüttükleri çalışmada ortaya koydukları sonuçlarla da örtüşmektedir. Söz konusu çalışmada, matematiksel modelleme etkinliklerinin sadece 5. sınıf düzeyinde anlamlı bir etki yarattığı; alt sınıf düzeylerinde ise modellemelerin etkisinin sınırlı kaldığı belirtilmiştir. Bu çerçevede, dördüncü sınıf öğrencilerinin henüz matematiksel düşünme süreçlerini yazılı olarak gerekçelendirme konusunda yeterli bilişsel olgunluğa ulaşmamış olabilecekleri, bu nedenle modellemeden yararlansalar bile açıklama düzeylerinin sınırlı kaldığı söylenebilir. Sonuç olarak dördüncü sınıf öğrencilerinin açıklayıcı matematiksel yazılarında çözüm sürecini ifade etme becerilerinin kısmen geliştiği, ancak çözümün gerekçelendirilmesi ve matematiksel düşünmenin yazılı olarak açık şekilde sunulması konusunda ciddi yetersizlikler bulunduğu söylenebilir. Bu durum, yazılı matematiksel iletişim becerilerinin sistematik olarak desteklenmesi gerektiğini ve özellikle modelleme tabanlı etkinliklerin bu gelişimi desteklemede önemli bir araç olabileceğini göstermektedir.

Araştırma bulgularına göre, öğrenciler en düşük matematiksel yazma performanslarını %9 oranıyla 1 ve 6 numaralı sorularda göstermiştir. 1. soru, "veri işleme" öğrenme alanına ait bir grafik sorusudur ve bu soruda öğrencilerin büyük çoğunluğunun grafiğin eksenlerini doğru şekilde isimlendirme ve verilen verileri doğru okuma konusunda yetersiz kaldığı gözlemlenmiştir. Özellikle eksenler arasındaki ilişkiyi fark edememe ve bu ilişkinin doğru yorumlanamaması, öğrencilerin yazılı açıklamalarında temel eksikliklere neden olmuştur. Lowrie ve Diezmann (2007) da öğrencilerin, grafiklerdeki iki eksen arasındaki ilişkiyi ve bu ilişkiyi sağlayan yapısal unsurların önemini çoğu zaman kavrayamadıklarını ifade etmektedir. Bu bulgu, grafik okuma, verileri analiz etme ve yorumlama gibi becerilerin ilkokul düzeyinde yeterince gelişmediğini ve bu alanlarda öğretimsel desteğe ihtiyaç duyulduğunu göstermektedir. Alanyazın incelendiğinde de bu durumu destekleyen çok sayıda bulguya ulaşılmaktadır. Örneğin, araştırmacılar (Friel vd., 2001; Demirci & Uyanık, 2009; Yılmaz & Ay, 2016; Yun vd., 2016), öğrencilerin grafik yorumlamada güçlük yaşadıklarını ortaya koymuşlardır. Grafik yorumlama becerisi yalnızca içerik bilgisinden değil; öğrencilerin sahip olduğu ön bilgilerden, kavramsal şemalardan, önceki deneyimlerden ve hatta grafiklere dair önyargılardan da etkilenmektedir (Glazer, 2011). Bu bağlamda, öğrencilerin aynı türdeki grafiklere bile farklı biçimlerde yaklaştıkları ve bu nedenle başarı düzeylerinin değişkenlik gösterdiği söylenebilir. Özellikle 1. soruda öğrencilerin %77,89'unun 0 puan aldığı belirlenmiştir ki bu oran, tüm sorular içinde en yüksek 0 puan oranıdır. Bu durum, öğrencilerin grafik yorumlama gibi soyut bilişsel süreçleri gerektiren görevlerde daha fazla zorlandığını ve matematiksel yazı yoluyla bu süreçleri ifade etmekte başarısız olduklarını ortaya koymaktadır. Baykul (2022), grafik okuma ve yorumlama gibi becerilerin somuttan soyuta ilerleyen bir gelişimsel süreci takip etmesi gerektiğini belirtmektedir. Bu süreç dikkate alınmadan verilen soyut görevler, öğrencilerin performanslarını olumsuz etkileyebilmektedir. Bu bağlamda dikkat çeken bir diğer bulgu ise, yine grafik okuma içeren 3. soruya ilişkindir. 3. soru, şekil grafiği içermesi bakımından daha somut bir veri temsil biçimi sunmaktadır. Bu soruda öğrencilerin yalnızca %32,63'ü 0 puan almıştır ve bu oran, tüm sorular içinde en düşük 0 puan oranıdır. Dolayısıyla 1 ve 3 numaralı grafik soruları arasındaki fark, grafik türünün soyutluk düzeyinin öğrenci performansı üzerindeki etkisini açıkça göstermektedir. Güler ve Didiş-Kabar (2021) da öğrencilerin grafik okuma ve yorumlama becerilerinde sabit bir gelişimsel sıranın olmadığını; bireyler ve sorular arasında değişkenlik gösteren bir yapının söz konusu olduğunu belirtmektedir. 6. soru ise "uzunluk ölçme" konusuna ait olup öğrencilerden hem ipin başlangıç noktasını dikkate alarak hem de uzunluğun doğru ölçülmesini sağlayacak şekilde doğrusallığı göz önünde bulundurarak bir değerlendirme yapmaları beklenmiştir. Bu soru, yalnızca doğru cevabın verilmesini değil, iki ayrı gerekçeyle bu cevabın desteklenmesini gerektiren yapısıyla dikkat çekmektedir. 3 ve 6 numaralı soruların ortak özelliği, yalnızca cevabın değil, iki gerekçenin birlikte talep edilmesidir ve bu yapı, 2 puan alma oranlarının düşüklüğü ile ilişkilendirilebilir. Nitekim bu iki soruda da öğrencilerin yaklaşık yarısı yalnızca bir gerekçeyi ifade edebilmiş

ve bu nedenle 1 puan almıştır. 6. soruya verilen cevaplar ayrıntılı olarak incelendiğinde, öğrencilerin iki gerekçeden birini seçme eğiliminde olduğu ve bu iki gerekçenin tercih edilme oranlarının birbirine oldukça yakın olduğu görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin çoklu düşünme bileşenlerini bir araya getirerek yazılı biçimde ifade etmede zorlandıklarını göstermektedir. Alanyazın bu durumu destekleyen çok sayıda çalışmaya sahiptir. Barrett ve arkadaşları (2006) ile Battista (2006), özellikle ilkokul ve ortaokul öğrencilerinin ölçme konularında yaygın hatalar yaptıklarını, örneğin ölçüme 0 yerine 1'den başlamaları, cetveli yanlış hizalamaları veya ölçümde yalnızca son noktaya odaklanmaları gibi bilişsel sınırlılıkların yazılı açıklamalara da yansıdığını belirtmişlerdir. Sonuç olarak, öğrencilerin soyutluk düzeyi yüksek görevlerde, özellikle grafik okuma ve çoklu gerekçelendirme gerektiren ölçme sorularında yazılı açıklamalar yapma konusunda yetersizlik yaşadıkları görülmektedir. Bu bulgu, öğrencilerin yalnızca matematiksel kavramları öğrenmekle kalmayıp, aynı zamanda bu kavramları gerekçeli ve açık bir şekilde yazılı olarak ifade etmelerini destekleyen öğretim yaklaşımlarına ihtiyaç duyulduğunu göstermektedir. Özellikle somut materyallerle desteklenen ve kademeli olarak soyutlaştırılan öğretimsel süreçler, öğrencilerin hem grafik yorumlama hem de ölçme becerilerinde anlamlı gelişimler sağlayabilir.

Araştırma bulgularına göre, 2, 4 ve 5 numaralı sorularda öğrencilerin yaklaşık %50'si 0 puan almıştır. Bu oran, söz konusu sorularda öğrencilerin önemli bir bölümünün ya yanlış cevaplar verdiğini ya da cevaplarını yeterli matematiksel gerekçelerle destekleyemediklerini göstermektedir. Bulgular, bu düşük performansın yalnızca işlem hatalarından değil, derin kavramsal yanılgılardan kaynaklandığını göstermektedir. Bu bağlamda, öğrencilerin ilgili öğrenme alanlarındaki temel kavramları tam olarak içselleştiremedikleri anlaşılmaktadır. 2. soru kesir kavramına yöneliktir ve öğrencilere görsel bir alan modeli sunularak kesirlerin karşılaştırılması istenmiştir. Bu soruda öğrencilerin, kesirleri karşılaştırırken modeldeki parça sayısına odaklandıkları ve bu doğrultuda hatalı çıkarımlarda bulundukları görülmüştür. Örneğin, parça sayısı fazla olan modeli "daha büyük" olarak değerlendiren öğrenciler, payda büyüdükçe kesrin de büyüdüğü yönündeki yaygın kavram yanılgısına düşmüştür. Bu durum, öğrencilerin pay ve paydayı anlamlandırmakta zorlandıklarını ve bu iki bileşeni birbirinden bağımsız nicelikler olarak değerlendirdiklerini göstermektedir. Araştırmacılar ilkokul öğrencilerinin pay ve paydayı birbirinden bağımsız iki sayı olarak değerlendirdiklerini ve bu nedenle kesirleri karşılaştırmakta sistematik hatalar yaptıklarını vurgulamaktadır (Önal & Yorulmaz, 2017; Stafylidou & Vosniadou, 2004). Ayrıca, bazı öğrenciler denk kesirleri yalnızca "aynı görünen kesirler" olarak yorumlamış, 1/2 ve 2/4 gibi birbirine denk kesirlerin farklı yazımları arasındaki ilişkiyi fark edememiştir (Wilcox & Monroe, 2011). Bu durum, öğrencilerin kesirlerde yapısal ilişki kurma becerilerinin henüz gelişmediğini göstermektedir. 4. soru ise öğrencilerin geometrik şekil tanıma ve özellikle üçgenin temel özelliklerini kavrayabilme becerilerini ölçmeye yöneliktir. Öğrencilerin önemli bir kısmı, köşeleri sivri olmayan ya da üçten fazla köşesi olan şekilleri üçgen olarak tanımlamıştır. Örneğin, dört köşeye sahip bir şekli üçgen olarak değerlendiren öğrenciler, üçgenin temel niteliği olan üç kenar ve üç köşe özelliğini ayırt edememiştir. Bu bulgu, öğrencilerin üçgen kavramını yalnızca prototipik örnekler üzerinden öğrendiğini ve farklı biçimlerdeki üçgenleri tanımakta zorlandıklarını göstermektedir. Alanyazında da benzer bulgulara sıkça rastlanmaktadır. Araştırmacılar öğrencilerin eşkenar üçgen gibi prototiplere aşina olduklarını, ancak dar açılı, geniş açılı ya da çevrilmiş üçgenleri tanımakta zorlandıklarını belirtmişlerdir (Aslan & Arnas, 2007, Dağlı & Halat, 2016; Vighi, 2003). Clements ve Sarama (2000) da okul öncesi çocuklarının benzer şekilde köşe sayısı ve açı özelliklerini dikkate almadan şekil sınıflandırmaları yaptığını ortaya koymuştur. Bu sonuçlar, geometrik kavramların öğretiminde çeşitlendirilmiş görsel temsillerle desteklenmiş kavramsal öğretimin önemine işaret etmektedir. 5. soru ise öğrencilerin alan kavramını anlayıp anlamadıklarını değerlendirmeye yöneliktir. Bu soruda öğrencilerin önemli bir kısmı, daha geniş görünen ya da daha büyük çevreye sahip olan geometrik şekilleri alanı daha büyük olarak değerlendirmiştir. Bu durum, öğrencilerin alan ve çevre kavramlarını sıklıkla birbirine karıştırdığını göstermektedir. Araştırmacılar (Kidman & Cooper, 1997; Torbeyns vd., 2004), öğrencilerin alan hesaplamalarında çevre kavramına göre karar verdiklerini ve bu nedenle sistematik hatalar yaptıklarını raporlamıştır. Aynı şekilde Chappell ve Thompson (1999) da öğrencilerin çevre ve alanı kavramsal olarak ayırmakta güçlük çektiklerini belirtmiştir. Özellikle bazı öğrencilerin çevreyi hesaplarken birim kareler çizerek alan hesaplaması yapmaya çalıştıkları gözlemlenmiştir ki bu da kavramlar arası geçişin henüz netleşmediğini göstermektedir (Outhred & Mitchelmore, 2000). Stephan ve Clements (2003), öğrencilerin ölçümlerle ilgili matematiksel yazılı açıklamalar yapabilmeleri için, ölçümün neyi temsil ettiğini anlamalarının kritik olduğunu vurgulamaktadır.

Bu araştırmanın bulguları, ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin açıklayıcı matematiksel yazma performans düzeylerinin genel olarak düşük olduğunu ortaya koymuştur. Bu durum, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini gerekçeli ve açık biçimde yazılı olarak ifade etme konusunda yetersiz kaldıklarını göstermektedir. Bu yetersizliğin ardında yatan nedenler çok katmanlı olmakla birlikte, en temelde matematiksel yazma uygulamalarının sınıf içi öğretimde yaygın biçimde kullanılmaması ve yazmaya dayalı etkinliklerin hem öğretmenler hem de öğrenciler tarafından henüz yeterince tanınmaması yer almaktadır (Ergan, 2023; Uğurel vd., 2009). Araştırmalar, öğretmenlerin matematik derslerinde yazma etkinliklerine sınırlı yer verdiklerini, bu tür etkinlikleri ders planlarına dâhil etmekte zorlandıklarını ve yazma etkinliklerinin genellikle işlem odaklı etkinliklerin gölgesinde kaldığını göstermektedir (Powell vd., 2021). Nitekim araştırmalar (Bakewell, 2008; Gillespie vd., 2014; Kiuhara vd., 2009; Ntenza, 2006) öğretmenlerin yazmayı matematik öğretiminde çok nadir kullandıklarını, çoğunlukla geleneksel anlatım ve alıştırma yöntemlerine yöneldiklerini ortaya koymuştur. Bu durum, matematiksel yazma becerilerinin gelişimini sınırlayan önemli bir faktör olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu eksiklik yalnızca öğretim süreçleriyle sınırlı kalmayıp, kullanılan ders kitapları ve öğretim materyallerinde de gözlemlenmektedir. Casa ve arkadaşları (2019) tarafından yapılan incelemede, birçok ders kitabının öğrencilerden kavramsal açıklamalar beklemektense işlemsel bilgileri tekrar etmelerini teşvik ettiğini ve yazma yoluyla düşünmeyi destekleyen görevlerin oldukça sınırlı sayıda olduğunu belirtmişlerdir. Bu da öğretmenlerin elindeki kaynakların öğrencilerin düşünme süreçlerini yazıya dökme becerilerini geliştirmede yetersiz kaldığını göstermektedir.

Matematiksel yazma üzerine yapılan araştırmalar incelendiğinde, öğrencilerin bu tür etkinliklerde üst düzey muhakeme gerçekleştirmekte zorlandıkları, açıklamalarında resmi matematiksel dil, terim ve sembolleri yeterince kullanmadıkları ve matematiksel yazılarını çoğunlukla yüzeysel ifadelerle sınırlı tuttukları görülmektedir (Powell vd., 2017; Pugalee, 2001). Bu bulgular, matematiksel yazma becerilerinin gelişiminin desteklenmediği durumlarda öğrencilerin kavramsal düşünme, akıl yürütme ve matematiksel iletişim yetkinliklerinin de sınırlı kalacağını göstermektedir. Tüm bu bulgular ışığında, matematiksel yazma etkinliklerinin ilkokul düzeyinde planlı ve sistematik biçimde uygulanması, matematik öğretiminin niteliğini artırmak adına son derece önemlidir. Stylianou ve Blanton (2018), sınıf içinde argüman geliştirme ve matematiksel düşünmeyi yazılı olarak ifade etme kültürünün erken yaşlarda başlatılmasının, bu tür uygulamaların sınıf kültürünün doğal bir parçası hâline gelmesini kolaylaştırdığını vurgulamaktadır. Buna karşın, matematikte yazma üzerine yapılan araştırmaların sayısının sınırlı oluşu (Pugalee, 2001), bu alanda daha fazla çalışmaya ihtiyaç duyulduğunu göstermektedir. Simpson ve arkadaşları (2004) da ilkokul düzeyinde öğrencilerin yazma becerilerini inceleyen çalışmaların hem öğretim tasarımı hem de değerlendirme uygulamaları açısından büyük önem taşıdığını belirtmektedir.

Matematiksel yazma, yalnızca öğrencilerin bilgi düzeylerini değil, aynı zamanda bu bilgiyi nasıl yapılandırdıklarını, nasıl gerekçelendirdiklerini ve nasıl paylaştıklarını da görünür kılan güçlü bir araçtır. Bu tür etkinlikler sayesinde öğrenciler, öğrendikleri kavramları kendi ifadeleriyle açıklama fırsatı bulur, fikirlerini organize eder, matematiksel yaratıcılıklarını ortaya koyar ve matematiğe karşı daha olumlu tutum geliştirebilirler. Aynı zamanda öğretmenler de öğrencilerin düşünme süreçlerini daha derinlemesine gözlemleme ve öğrenme çıktılarını daha anlamlı şekilde değerlendirme imkânı elde ederler (Urquhart, 2009). Bu bağlamda matematiksel yazma, yalnızca bir iletişim aracı değil, aynı zamanda hem öğretim hem de değerlendirme sürecini güçlendiren bir pedagojik strateji olarak ele alınmalıdır.

Araştırma sonuçlarından yola çıkarak öğretmenlere, eğitimcilere ve araştırmacılara yönelik farklı önerilerde bulunulmuştur. Bu öneriler uygulamaya ve araştırmaya dönük olarak sınıflandırılmıştır.

1.Uygulamaya dönük öneriler:

1. Eğitim sürecinde, öğrencilerin matematiksel yazma becerilerini geliştirmeyi destekleyecek etkinliklere yer verilebilir.
2. Sınıf öğretmenleri için matematiksel yazma becerisi hakkında eğitimler düzenlenebilir.
3. Öğretim programının ve ders kitaplarının matematiksel yazma becerisini destekleyecek şekilde düzenlenmesi yapılabilir.

4. Öğretmen adaylarının matematiksel yazma becerisi hakkındaki bilgilerinin geliştirilmesi amacıyla eğitim fakültelerinde buna yönelik uygulamalara yer verilebilir.

2.Araştırmaya dönük öneriler:

1. Bu çalışmada matematiksel yazma türlerinden açıklayıcı yazma kullanılmıştır. Yapılacak olan araştırmalarda diğer matematiksel yazma türlerinin kullanılması incelenebilir.
2. Bu çalışma dördüncü sınıf düzeyinde gerçekleştirilmiştir. Yapılacak olan araştırmalar farklı sınıf seviyelerinde gerçekleştirilebilir.
3. Matematiksel yazmayı ölçmek amacıyla ilkokul düzeyinde farklı ölçme araçlarının geliştirilmesi ele alınabilir.
4. Grafik türleri somuttan soyuta sıralandığında, soyut özellikleri barındıran grafik türlerine ait sorularda öğrencilerin daha çok zorlandığı söylenebilir. Bu grafik türleriyle ilgili çalışmalar yapılabilir.
5. Cevaptan sonra zorunlu gerekçe sayısı arttıkça sıfır puan frekansının azaldığı görülmüştür. Aynı zamanda bir puan frekansında da artış vardır. Öğrencilerin ortalama başarıları bu durumdan etkilendiği düşünülerek buna yönelik çalışmalar yapılabilir.

References

Adu-Gyamfi, K., Bossé, M. J., & Faulconer, J. (2010). Assessing understanding through reading and writing in mathematics. *International Journal for Mathematics Teaching & Learning*.

Albayrak, E., & Çiltaş, A. (2017). Türkiye'de matematik eğitimi alanında yayınlanan matematiksel model ve modelleme araştırmalarının betimsel içerik analizi. *Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, (9)*, 258-283.

Altieri, J. (2010). *Literacy + math = creative connections in the elementary classroom.* Newark, DE: International Reading Association.

Aslan, D. & Arnas, Y. A. (2007). Three- to six- year-old children's recognition of geometric shapes. *International Journal of Early Years Education, 15*(1), 83-104.

Bakewell, L. L. (2008). Writing use in the mathematics classroom. *Studies in Teaching 2008 Research Digest, 7*. 7-12.

Bangert-Drowns, R. L., Hurley, M. M., & Wilkinson, B. (2004). The effects of school-based writing-to-learn interventions on academic achievement: A meta-analysis. *Review of Educational Research, 74*(1), 29–58. https://doi.org/10.3102/00346543074001029.

Barrett, J. E., Clements, D. H., Klanderman, D., Pennisi, S.-J. & Polaki, M. V. (2006). Students' coordination of geometric reasoning and measuring strategies on a fixed perimeter task: Developing mathematical understanding of linear measurement. *Journal for Research in Mathematics Education, 37*(3), 187–221.

Barwell, R. (2018). Writing in mathematics classrooms. In *Language, literacy, and learning in the STEM disciplines* (pp. 101-114). Routledge.

Battista, M. T. (2006). Understanding the development of students thinking about length. *Teaching Children Mathematics, 13*, 140–146.

Baxter, J. A., Woodward, J., & Olson, D. (2005). Writing in mathematics: An alternative form of communication for academically low-achieving students. *Learning Disabilities Research and Practice, 20*(2), 119–135. https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2005.00127.x.

Baykul, Y. (2022). *İlkokulda matematik öğretimi.* Pegem akademi.

Bicer, A., Capraro, R. M., & Capraro, M. M. (2013). Integrating writing into mathematics classroom to ıncrease students' problem solving skills. *International Online Journal of Educational Sciences*, *5*(2).

Bossé, M. J. & Faulconer, J. (2008). Learning and assessing mathematics through reading and writing. *School Science and Mathematics*, *108*(1), 8-19.

Bransford, J. D., Brown, A. L. ve Cocking, R. R. (2000). How people learn: Brain, mind experience, and school. Washington, DC: *National Academy Press.*

Brozo, W. G., & Crain, S. (2018). Writing in math: A disciplinary literacy approach. *The Clearing House: A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas, 91*(1), 7–13. https://doi.org/10.1080/0098655.2017.1342435.

Burton, L., & Morgan, C. (2000). Mathematicians writing. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*, 429-453.

Casa , T. M., Firmender, J. M., Cahill, J., Cardetti, F., Choppin, J. M., Cohen, J., … Zawodniak, R. (2016). Types of and purposes for elementary mathematical writing: Task force recommendations. Retrieved from http://mathwriting.education.uconn.edu.

Casa, T. M., MacSwan, J. R., LaMonica, K. E., Colonnese, M. W., & Firmender, J. M. (2019). An analysis of the amount and characteristics of writing prompts in Grade 3 mathematics student books. *School Science and Mathematics, 119*(4), 176–189. https://doi.org/10.1111/ssm.12333

CCSSI. The Common Core State Standards for Mathematics, National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers, Washington D.C. 2010.

Chappell, M. F. ve Thompson, D. R. (1999). Perimeter or area? Which measure is it?. *Mathematics Teaching in the Middle School, 5(*1), 20-23.

Chasanah, C., Usodo, B., Riyadi. (2020). Analysis of written mathematical communication skills of elementary school students. *In 3rd International Conference on Learning Innovation and Quality Education (ICLIQE 2019)* (pp. 648-656). Atlantis Press.

Clements, D.H., Sarama, J. (2000). Young children's ideas about geometric shapes. *Teaching Children Mathematics, 6* (8), 482-488.

Cobb, P., Wood, T. & Yackel, E. (1993). Discourse, mathematical thinking, and classroom practice. In E. A. Forman, N. Minick, & C. A. Stone (Eds.), *Contexts for learning: Sociocultural dynamics in children's development* (pp. 91–119). Oxford University Press.

Cohen, J. A., Miller, H. C., Casa, T. M., & Firmender, J. M. (2015). Characteristics of second graders' mathematical writing. *School Science and Mathematics, 115*(7), 344–355. https://doi.org/10.1111/ssm.12138.

Colonnese, M. W. (2020). The development of instructional guidelines for elementary mathematical writing. *School Science and Mathematics*, *120*(3), 129-143.

Colonnese, M. W., Amspaugh, C. M., LeMay, S., Evans, K., & Field, K. (2018). Writing in the disciplines: How math fits into the equation. *The Reading Teacher, 72*(3), 379–387. https://doi.org/10.1002/trtr.1733.

Colonnese, M. W., Cardetti, F., & Casa, T. (2024). Elementary students' argumentative and explanatory mathematical writing about fractions. *School Science and Mathematics,* 1-24.

Cross, D. I. (2009). Creating optimal mathematics learning environments: Combining argumentation and writing to enhance achievement. *International Journal of Science and Mathematics Education, 7*(5), 905–930. https://doi.org/10.1007/s10763-008-9144-9.

Dağlı, Ü. Y., & Halat, E. (2016). Young children's conceptual understanding of triangle. *EURASIA Journal of Mathematics, Science & Technology Education, 12*(2), 189-202. https://doi.org/10.12973/eurasia.2016.1398a.

Demirci, N. & Uyanık, F. (2009). Onuncu sınıf öğrencilerinin grafik anlama ve yorumlamaları ile kinematik başarıları arasındaki ilişki. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 3*(2), 22-51.

Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (Eds.). (2011). *The Sage handbook of qualitative research*. sage.

English, L. D., & Watters, J. (2004). Mathematical modelling with young children. *28th. Conference of the International Groupforthe Psychology of Mathematics Education, 2,* 335-342.

Eric, C. C. M. (2010). Tracing primary 6 students' model development with in the mathematical modelling process. *Journal of Mathematical Modellingand Application, 1*(3), 40-57.

Erişen, G. (2022). Dördüncü sınıf öğrencilerine verilen matematik okuryazarlığı eğitiminin, matematik okuryazarlığı ve matematik dersindeki akademik başarıya etkisi [Yayımlanmamış Doktora Tezi], Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Ergan, S. N. (2023). İlkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin matematiksel yazma becerilerinin incelenmesi [Yayımlanmamış Doktora Tezi], Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Evens, H., & Houssart, J. (2004). Categorizing pupils' written answers to a mathematics test question:'I know but I can't explain'. *Educational Research*, *46*(3), 269-282.

Fırat, S. & Gürbüz, R. (2019). Veri işleme. K. Tarım & G. Hacıömeroğlu (Ed.) *Matematik öğretiminin temelleri ilkokul* içinde (s.231-244). Ankara: Anı yayıncılık.

Friel, S. N., Curcio, F. R., & Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education, 32*(2), 124-158.

Gillespie, A., Graham, S., Kiuhara, S., & Hebert, M. (2014). High school teachers use of writing to support students' learning: A national survey. *Reading and Writing, 27(*6), 1043–1072. https://doi.org/10.1007/S11145-013-9494-8

Glazer, N. (2011). Challenges with graph interpretation: A review of the literature. *Studies in science education, 47*(2), 183-210.

Graham, S. A., Kiuhara, S. A., & MacKay, M. (2020). The effects of writing on learning in science, social studies, and mathematics: A meta-analysis. *Review of Educational Research, 90*(2), 179–226. https://doi.org/10.3102/0034654320914744.

Güler, H. K. ve Didiş-Kabar, M. G. (2021). Ortaokul öğrencilerinin istatistiksel grafikleri okuma ve yorumlama düzeylerinin incelenmesi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi, 10*(1), 23- 52.

Hauk, S., & Isom, M. A. (2009). Fostering college students' autonomy in written mathematical justifcation. *Investigations in Mathematics Learning, 2*(1), 49–78. https://doi.org/10.1080/24727466.2009. 11790290

Hebert, M. A., & Powell, S. R. (2016). Examining fourth-grade mathematics writing: Features of organization, mathematics vocabulary, and mathematical representations. *Reading and Writing: An Interdisciplinary Journal*, *29*(7), 1511–1537. https://doi.org/10.1007/s11145-016-9649-5.

Hebert, M. A., Powell, S. R., Bohaty, J. J., & Roehling, J. (2019). Piloting a mathematics writing intervention with late elementary students at-risk for learning difficulties. *Learning Disabilities Research and Practice*, *34*(3), 144–157. https://doi.org/10.1111/ldrp.12202.

Hughes, E. M., Lee, J. Y., Cook, M., & Riccomini, P. J. (2019). Exploratory study of a self-regulation mathematical writing strategy: Proof-of-concept. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, *17*(2), 185–203.

Ikhsan, F., Pramudya, I., & Subanti, S. (2020). An analysis of mathematical communication skills of the students at Grade VII of a junior high school. *International Online Journal of Education and Teaching, 7*(4), 1300–1307. http://iojet.org/index.php/IOJET/article/view/1048

Johanning, D. I. (2000). An analysis of writing and postwriting group collaboration in middle school pre-algebra. *School Science and Mathematics, 100*(3), 151–160.

Johnson, M. L. (1983). Writing in mathematics classes: A valuable tool for learning. *The Mathematics Teacher*, *76*(2), 117-119.

Jurdak, M. & Abu Zein, R. (1998). The effect of journal writing on achievement in and attitudes toward mathematics. *School science and mathematics*, *98*(8), 412-419.

Karasar, N. (2020). Bilimsel Araştırma Yöntemi: Kavramlar, İlkeler, Teknikler. Nobel Akademi.

Kidman, G. & Cooper, T. J. (1997). Area integration rules for grades 4, 6, 8 students. E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21st Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3*, 132-143. Lahti, Finland: University of Finland.

Kiuhara, S. A., Gillespie Rouse, A., Dai, T., Witzel, B. S., Morphy, P., & Unker, B. (2020). Constructing written arguments to develop fraction knowledge. *Journal of Educational Psychology, 112*(3), 584–607. https://doi.org/10.1037/edu0000391

Kiuhara, S. A., Graham, S., & Hawken, L. S. (2009). Teaching writing to high school students: A national survey. *Journal of Educational Psychology, 101*(1), 136–160. https://doi.org/10.1037/A0013097

Kosko, K. W., & Zimmerman, B. S. (2017). Emergence of argument in children's mathematical writing. *Journal of Early Childhood Literacy, 19*(1), 82–106. https://doi.org/10.1177/1468798417712065

Kostos, K., & Shin, E. K. (2010). Using math journals to enhance second graders' communication of mathematical thinking. *Early childhood education journal*, *38*, 223-231.

Lowrie, T. & Diezmann, C. (2007). Middle school students' interpretation of graphing tasks: Difficulties within a graphical language. *In East Asia Regional Conference on Mathematics Education (EARCOME)* (pp. 430-436). Universiti Sains Malaysia.

Martins, L. G., & Martinho, M. H. (2024). How do students communicate in writing and which difficulties do they have in solving a mathematical problem?. *Quadrante, 33*(1), 47-71.

Maxwell, J. A. (2012). *A realist approach for qualitative research*. Sage.

MEB.(2018). Matematik dersi öğretim programı. https://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/201813017165445-MATEMAT%C4%B0K%20%C3%96%C4%9ERET%C4%B0M%20PROGRAMI%202018v.pdf (Erişim tarihi: 20 Kasım 2024) adresinden elde edilmiştir.

Merriam, S. B. (2023). *Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber.* (S. Turan, Çev. Ed.) Nobel Akademik Yayıncılık.

Morgan, C. (1998). *Writing mathematically: The discourse of investigation.* London: Falmer Press.

Morgan, C. (2006). What does social semiotics have to ofer mathematics education research? *Educational Studies in Mathematics, 61*(1–2), 219–245.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standarts for school mathematics: An Overview*. Reston: NCTM.

Ntenza, S. Philemon. (2006). Investigating forms of children's writing in grade 7 mathematics classrooms. *Educational Studies in Mathematics, 61*(3), 321–345. https://doi.org/10.1007/s10649-006-5891-0

Olkun, S., Şahin, Ö., Akkurt, Z., Dikkartın, F.T. & Gülbağcı, H. (2009). Modelleme yoluyla problem çözme ve genelleme: İlköğretim öğrencileriyle bir çalışma. *Eğitim ve Bilim, 34*, 65-73.

Orale, R. L. & Uy, M. E. A. (2018). When the spiral is broken: Problem analysis in the implementation of spiral progression approach in teaching mathematics. *Journal of Academic research*, *3*(3), 14-24.

Outhred, Lynne N. & Mitchelmore, Michael C. (2000). Young children's intuitive understanding of rectangular area measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(2), 144-167.

Önal, H., & Yorulmaz, A. (2017). İlkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda yaptıkları hatalar. *Eğitim ve Toplum Araştırmaları Dergisi, 4*(1), 98-113.

Özmen, Z. M. & Güven, B. (2019). Geometri öğretimi. K. Tarım & G. Hacıömeroğlu (Ed.) *Matematik öğretiminin temelleri ilkokul* içinde (s.193-230). Ankara: Anı yayıncılık.

Parshall, K. H. (1999). Telling the life of a mathematician: The case of JJ Sylvester. *Revue d'histoire des mathématiques, 5*(2), 285-302.

Petersen, B., Vermeulen, C., & McAuliffe, S. (2017). Writing and mathematical problem solving in Grade 3. *South African Journal of Childhood Education, 7*(1), 1-9.

Powell, S. R., Hebert, M. A. Hughes, E. M. (2021). How educators use mathematics writing in the classroom: a national survey of mathematics educators. *Reading and Writing*, *34*(2), 417-447.

Powell, S. R., Hebert, M. A., Cohen, J. A., Casa, T. M., & Firmender, J. M. (2017). A synthesis of mathematics writing: Assessments, interventions, and surveys. *Journal of Writing Research, 8*(3), 493-530.

Pugalee, D. K. (1997). Connecting writing to the mathematics curriculum. *Mathematics Teacher, 90*(4), 308–310.

Pugalee, D. K. (2001). Writing, mathematics, and metacognition: Looking for connections through students' work in mathematical problem solving. *School Science and Mathematics, 101*(5), 236–245.

Pugalee, D. K. (2004). A comparison of verbal and written descriptions of students' problem solving processes. *Educational Studies in Mathematics, 55*(1–3), 27–47.

Pugalee, D. K. (2005). *Writing to develop mathematical understanding*. Norwood, MA: Christopher-Gordon.

Riyanto, B., & Putri, R. I. I. (2019). Senior high school mathematics learning through mathematics modeling approach. *Journal on Mathematics Education, 10*(3), 425-444.

Rothstein, A., Rothstein, E., & Lauber, G. (2007). *Write for mathematics (2nd ed.).* Thousand Oaks, CA: Corwin.

Rubenstein, R. N. (2007). Focused strategies for middle-grades mathematics vocabulary development. *Mathematics Teaching in the Middle School, 13*(4), 200–207.

Santos, L., & Semana, S. (2015). Developing mathematics written communication through expository writing supported by assessment strategies. *Educational Studies in Mathematics, 88*(1), 65–87. https://doi.org/10.1007/s10649-014-9557-z

Simpson, R. L., LaCava, P. G., & Graner, P. (2004). The no child left behind act: Challenges and implications for educators. *Intervention in School & Clinic, 40*(2), 67–75.

Sipka, T. (1990). Writing in mathematics: A plethora of possibilities. *Using writing to teach mathematics*, 11-14.

Stafylidou, S., & Vosniadou, S. (2004). The development of students' understanding of the numerical value of fractions. *Learning and instruction, 14*, 503-518. doi: 10.1016/j.learninstruc.2004.06.015.

Steele, D. (2005). Using writing to access students' schemata knowledge for algebraic thinking. *School Science and Mathematics*, *105*(3), 142.

Stemler, S. E. (2019). A comparison of consensus, consistency, and measurement approaches to estimating interrater reliability. *Practical Assessment, Research, and Evaluation*, *9*(1), 4.

Stephan M. & Clements. D. H. (2003). Linear and area measurement in prekindergarten to grade 2. D. H. Clements ve G. Bright (Ed.), *Learning and Teaching Measurement 2003 Yearbook* (s. 3-16) içinde. Reston, VA: NCTM.

Stylianou, D. A. & Blanton, M. L. (2018). Teaching with Mathematical Argument: Strategies for Supporting Everyday Instruction. Heinemann.

Tayeh, C., & Pokay, P. A. (2012). The time-line project. *Mathematics Teaching in the Middle School, 4*(7), 468–469.

Taylor, J. A., & McDonald, C. (2007). Writing in groups as a tool for non-routine problem solving in frst year university mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 38*(5), 639–655.

Teledahl, A., Ahl, L. M., Helenius, O., & Kilhamn, C. (2022, February). Quality in students' writing in mathematics. In *Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12)* (No. 17).

Thompson, L. S. (2010). Writing to communicate mathematically in the elementary school classroom.

Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Ghesquiere, P. (2004). Strategic aspects of simple addition and subtraction: The influence of mathematical ability. *Learning and Instruction, 14*, 177-195.

Uğurel, İ., Tekin, Ç. & Morali, S. (2009). A general view on writing activities in mathematics education. *Education Sciences*, *4*(2), 494-507.

Urquhart, V. (2009) using writing in mathematics to deepen student learning. *Mid-Continent Research for Education and Learning (McREL)*.

Viera, A. J., & Garrett, J. M. (2005). Understanding interobserver agreement: The Kappa statistic. *Family Medicine, 37*(5), 360-362.

Vighi, P. (2003, February). The triangle as a mathematical object. *In European Research in Mathematics Education III Congress Proceedings, Bellaria, Italy, 28 Februrary-3 March* (pp. 1-10).

Vivaldi, F. (2014). *Mathematical writing*. Springer.

Widjajanti, D. B. (2013). The communication skills and mathematical connections of prspective mathematics teacher: a case study on mathematics education students, Yogyakarta State University. *Jurnal Teknologi (Social Science), 63*(2): 39-43.

Wilcox, B., ve Monroe, E. E. (2011). Integrating writing and mathematics. *The Reading Teacher, 64*(7), 521-529.

Yang, D. C. (2005). Developing number sense through mathematical diary writing. *Australian Primary Mathematics Classroom*, *10*(4), 9-14.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2021). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri.* Seçkin yayıncılık.

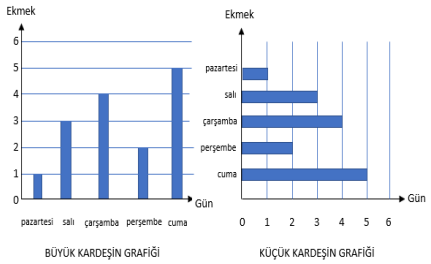
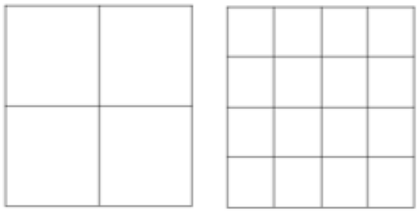
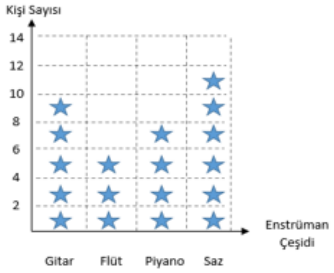
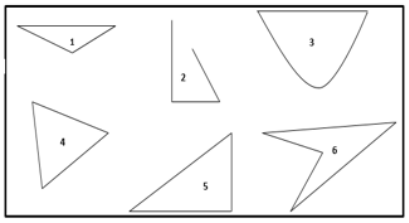
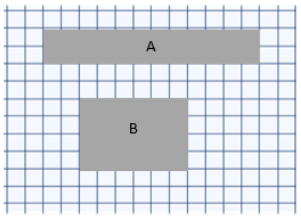
Yılmaz, N., & Ay, S. Z. (2016). Sekizinci sınıf öğrencilerinin histograma dair bilgi ve becerilerinin incelenmesi. *Elementary Education Online, 15*(4), 1280-1298.

Yin, R. K. (2011). *Qualitative research from start to finish.* The Guilford Press.

Yun, H. J., Ko, E. S., & Yoo, Y. J. (2016). Students' misconceptions and mistakes related to measurement in statistical investigation and graphical representation of data. *The Teaching and Learning of Statistics: International Perspectives*, 119-120.

Ek1.

Tablo 1. *Veri toplama aracı*

	Soru	Görsel
1	Yukarıdaki sütun grafiklerinde Sekin ailesinin bu hafta içerisinde tükettikleri ekmek sayısının günlere göre dağılımı verilmiştir. Kardeşler bu grafikleri birbirlerine gösterdiklerinde büyük olan kardeş küçük kardeşinin çizdiği grafiğin yanlış olduğunu iddia etmiştir. Sizce büyük kardeş iddiasında haklı mıdır? Nedeniyle açıklayınız.	
2	Mehmet'in annesi eşit büyüklükteki iki tepsiye iki çeşit pasta hazırlamış ve pastaları aşağıdaki şekilde olduğu gibi eş dilimlere ayırmıştır. Mehmet'in annesi dilimleme işini bitirdikten sonra; • 1. tepsideki pastanın 1 dilimini Mehmet'e • 2. tepsideki pastanın 4 dilimini Ayşe'ye vermiştir. Hangi tepside daha fazla pasta kalmıştır. Nedenini açıklayınız.	
3	İkinci sınıf öğrencisi Oğuz, sınıf arkadaşı Merve'nin çizdiği yandaki grafikten sınıfta saz enstrümanını seven 6 kişi olduğunu belirlemiştir. Oğuz'un cevabı doğru mudur? Neden? Açıklayınız. Oğuz'un cevabının yanlış olduğunu düşünüyorsanız bu durumun nedenini nasıl açıklarsınız? Sorunun doğru cevabı ne olmalıdır? Açıklayınız.	
4 a 4 b	Hazal öğretmen öğrencilerinden yandaki şekiller içerisinden üçgen olanları bir kağıda yazmalarını istemiştir. Ömer ve Ayşe'nin cevapları ise aşağıdaki gibidir. Ömer ve Ayşe'nin cevaplarının doğruluğu ya da yanlışlığı hakkında ne söylenebilir? Neden? Sizce hangi şekiller üçgendir? Numaralarıyla belirtiniz. Neden? Açıklayınız.	 Ömer'in Cevabı: 2 – 4 – 5 Ayşe'nin Cevabı: 1 – 3 – 4 – 5
5	Yanda birim karelerden oluşan kareli bölgede gri renkli A şekli Ahmet'in B şekli ise kardeşinin oyun alanıdır. Buna göre kardeşlerden hangisinin oyun alanı daha büyüktür? Nasıl karar verdiğinizi açıklayınız.	
6	Furkan okuldaki matematik dersinde cetvel ile uzunluk ölçmeyi öğrenmiş ve bu konuyu çok sevmiştir. Eve gelince de hemen eline cetveli alarak evdeki eşyaların uzunluklarını ölçmeye başlamıştır. Furkan fotoğraftaki ipi şekilde görüldüğü gibi ölçmüş ve ipin uzunluğunun 17 cm olduğunu söylemiştir. İpin uzunluğu hakkında ne söylenebilir? Sizce Furkan ipin uzunluğunu doğru ölçmüş müdür? Nedeni ile birlikte açıklayınız.	

Ek2.

Tablo 2. *Matematiksel dereceli puanlama anahtarı*

No	Puanlama Ölçütleri
Soru 1	**2 puan**: Büyük kardeşin haklı olduğunu yazma ve grafikte ekmek ile günün yanlış yerleştirildiğini belirtme. **1 puan:** Büyük kardeşin haklı olduğunu yazma ve yetersiz gerekçelendirme. **0 puan**: Büyük kardeşin haksız olduğunu söyleme ya da büyük kardeşin haklı olduğunu söyleyip yanlış gerekçelendirme.
Soru 2	**2 puan:** 2 tepside de eşit miktarda pasta kaldığını yazma ve ikinci tepsideki dört dilimin birinci tepsideki bir dilime eşit olduğunu belirtme. **1 puan:** 2 tepside de eşit miktarda pasta kaldığını yazma ve yetersiz gerekçelendirme. **0 puan:** İki tepsiden birinde daha fazla pasta kaldığını yazma.
Soru 3	**2 puan:** Oğuz'un cevabının yanlış olduğunu, cevabın 12 kişi olduğunu yazma ve her yıldızın 2 kişiyi ifade ettiğini belirtme. **1 puan:** Oğuz'un cevabının yanlış olduğunu yazıp eksik gerekçelendirme - gerekçelendirmeme veya cevabı 10-11-12 değerlerinden birisi olarak ifade etme. **0 puan:** Oğuz'un cevabının doğru olduğunu yazma yada yanlış olduğunu yazıp, yanlış gerekçelendirme.
Soru 4a	**2 puan:** Ömer ve Ayşe'nin cevaplarının yanlış olduğunu belirtme ve nedenini açıklama. **1 puan:** Ömer ve Ayşe'nin cevaplarının yanlış olduğunu belirtirken eksik gerekçelendirmek veya Ömer'in cevabının doğru Ayşe'nin cevabının yanlış olduğunu belirtme. **0 puan:** Ömer ve Ayşe'nin cevaplarının doğru olduğunu belirtme veya Ayşe'nin cevabının doğru olduğunu belirtmek.
Soru 4b	**2 puan:** 1 – 4 – 5 şekillerinin üçgen olduğunu yazma ve üçgenin özelliklerinden bahsetme. **1 puan:** 1 – 2 – 4 – 5 şekillerinin üçgen olduğunu yazma, 2. şekli tamamlayarak ifade etmek veya üçgenin özelliklerinden bahsetmemek. **0 puan:** Üçgen olan şekilleri doğru yazmamak, 3 veya 6 numaralı şekilleri üçgen olarak kabul etmek.
Soru 5	**2 puan:** 2 şeklin alanının da eşit olduğunu yazma ve nasıl karar verdiğini doğru yollarla açıklama. **1 puan:** 2 şeklin alanının da eşit olduğunu yazma fakat eksik gerekçelendirme yapmak veya gerekçelendirme yapmamak. **0 puan:** İki şekilden birinin daha büyük olduğunu iddia etme veya 2 şeklin alanının da eşit olduğunu belirtip yanlış gerekçelendirme yapmak.
Soru 6	**2 puan:** Furkan'ın yanlış ölçüm yaptığını yazıp gerekçe olarak ipin düz olmamasını ve ölçmeye cetvelde sıfırdan başlanmamasını belirtme. **1 puan**: Furkan'ın yanlış ölçüm yaptığını yazmak fakat gerekçelerden sadece birini belirtmek. **0 puan:** Furkan'ın ölçümü doğru yaptığını iddia etmek ya da cevabı bir sayıyla ifade etmek.